



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO
FACULTAD DE MATEMÁTICAS



**INTERVENCIÓN DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE
ECUACIONES DE PRIMER GRADO: EL CASO DEL NIVEL MEDIO
SUPERIOR**

TESIS

**PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA**

PRESENTA

ULISES GODOY ZEFERINO

DIRECTORA DE TESIS

DRA. CATALINA NAVARRO SANDOVAL

Chilpancingo Gro., Noviembre de 2018.

A mi familia, a la UAGro que como trabajador me otorgo los incentivos y las facilidades, a mis profesoras y profesores, a mis compañeros de clase y a todos aquellos que directa o indirectamente coadyuvaron en la consecución de este logro. Gracias

Índice

CAPÍTULO 1

1. Antecedentes	1
1.1 Dificultades para la resolución de ecuaciones de primer grado en Secundaria	1
1.2 Dificultades para la resolución de ecuaciones de primer grado en el NMS	4
1.3 Recomendaciones para atender dificultades en Secundaria y NMS	10
1.4 Evaluación diagnóstica aplicada a estudiantes de la Preparatoria 17	11
1.5 Problemática	14
1.6 Problema	14
1.7 Objetivo general	15

CAPÍTULO 2

2. Marco de planes y programas de la EMS	16
2.1 El modelo educativo de la UAGro y la RIEMS	16
2.2 Programa de estudios de Matemáticas I de la UAGro	19
2.3 Programa de estudios de Matemáticas I de la DGB	21
2.4 Revisión de libros de texto de matemáticas I, de la UAGro y la DGB	23
2.5 Nuevo Modelo educativo 2017	26
2.6 Competencias a desarrollar en el programa de estudios de matemáticas I	27
2.7 Ecuaciones de primer grado en textos propuestos por la UAGro y la DGB	30

CAPÍTULO 3

3. Marco conceptual y metodología de investigación	36
3.1 Elementos y componentes de una ecuación de primer grado	36
3.2 La utilización de la x en las matemáticas	37
3.3 Métodos para resolver una ecuación de primer grado	37
3.3.1 Método intuitivo	38
3.3.2 Método de ensayo y ajuste (tanteo razonado)	38
3.3.3 Métodos de despeje	38
3.3.3.1 La técnica de la balanza	39
3.3.3.2 La técnica del gráfico transformacional	40
3.3.3.3 La técnica simbólica habitual	42
3.3.4 El tanteo formalizado: la regla “falsa” o de la “falsa posición”	43
3.4 Método gráfico	44
3.4.1 Solución única	44
3.5 La intervención didáctica	45
3.6 El Plan de clase	49
3.7 Elementos que componen un plan de clase	50

CAPÍTULO 4

4. Elaboración y aplicación del plan de clase	53
4.1 Plan de clase sesión 1	54
4.2 Plan de clase sesión 2	59
4.3 Plan de clase sesión 3	62

CAPÍTULO 5

5. Análisis de datos	67
5.1 Resultados de las actividades realizadas durante la sesión 1	67
5.2 Resultados de las actividades de la sesión 2	74
5.3 Resultados de las actividades de la sesión 3	79

CAPÍTULO 6

6. Conclusiones	84
6.1 Recomendaciones	91

BIBLIOGRAFIA	92
---------------------	----

Introducción

El trabajo de investigación que se presenta, tuvo como objetivo diseñar y aplicar una intervención didáctica atendiendo la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$ en la Educación Media Superior (EMS), con base en los errores y dificultades presentadas en la resolución de ecuaciones de este tipo, por estudiantes de nuevo ingreso a la EMS, caso particular, en alumnos que inician el bachillerato en la escuela Preparatoria 17 de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro). La importancia de atender esta problemática radicó en la consistente presencia de esta situación en los semestres posteriores al ingreso al bachillerato, incluso en los últimos semestres de la EMS. Algunas investigaciones como Kieran y Filloy (1990), Gallardo y Pizón (2000), González y Diez (2002), Cruz (2006), Socas, Camacho y Hernández (1998), entre otras, abordadas en el capítulo 1, arrojan información de cómo los errores y dificultades influyen de manera negativa en el desempeño de estudios de nivel superior por los que optan los alumnos posteriormente.

Para visualizar, entender y atender de manera integral este problema, en el capítulo 2 de este trabajo, se presenta una revisión de planes y programas y estudio, tanto de la Dirección General de Bachillerato (DGB) cómo los de la UAGro, específicamente de la unidad de aprendizaje de Matemáticas I, que es donde se establece la enseñanza – aprendizaje de las ecuaciones de primer grado. También se presenta una revisión de los libros propuestos para la unidad de aprendizaje mencionada, los contenidos y el desarrollo de la temática a atender por los docentes, para que los estudiantes logren el aprendizaje y utilización de las ecuaciones lineales tanto en su vida escolar, como en el medio en que los jóvenes se desenvuelven, esto, para que puedan desarrollar las diferentes competencias designadas a lo largo de su vida, establecidas en los acuerdos secretariales respectivos y enmarcados dentro la Reforma Integral de la EMS.

Después de buscar y conocer algunos de los métodos y técnicas propuestas para la resolución de ecuaciones de primer grado, algunos de los cuales se presentan en el capítulo 3, dando oportunidad de atender la problemática detectada. Por esa razón en el capítulo 4 se presenta el diseño de la intervención didáctica, desarrollada e implementada a través de tres sesiones. La intervención didáctica se diseñó considerando 50 minutos para cada sesión, se optó por la utilización de las técnicas del gráfico transformacional y la simbólica habitual (método algebraico). Con el fin de abordar y atender las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje que versa sobre ecuaciones lineales, de una manera diferente a la tradicional usada en clases, mediante el uso de procedimientos puramente algebraicos. Bajo esta idea también se abordó la resolución de una ecuación mediante el método gráfico.

En el capítulo 5 se presenta el análisis de las producciones de los estudiantes obtenidas durante la aplicación de la intervención didáctica, finalmente se establecen las conclusiones del trabajo de investigación en el capítulo 6.

CAPÍTULO 1

1. ANTECEDENTES

En este capítulo se presentarán antecedentes considerando: la problemática que presentan los estudiantes de nivel secundaria y la que presentan los estudiantes de Educación Media Superior (EMS), en la resolución de ecuaciones de primer grado, en ambos se puntualizan errores y dificultades, así como propuestas planteadas por los mismos autores.

1.1 Dificultades para la resolución de ecuaciones de primer grado en Secundaria

Kieran y Filloy (1990), describen algunas contribuciones de la investigación en álgebra durante los últimos doce años, a un cuerpo creciente de conocimientos sobre los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje del álgebra de Secundaria. Considerando algunos temas principales que habían sido investigados hasta ese momento: el marco de referencia aritmético desde las variables, las expresiones y las ecuaciones; resolución de ecuaciones; funciones y sus gráficas.

De acuerdo con los autores Kieran y Filloy (1990), generalmente se ha establecido una desconexión en el paso de la aritmética al álgebra, por esa razón algunos estudiantes de Secundaria siguen usando los métodos que les funcionaban en aritmética. En particular, los autores desde su marco de referencia aritmético dan cuenta de dificultades que regularmente se presentaban en esa época, en las que se pueden observar las siguientes:

- a) La forma de ver el signo igual, siempre buscan la obtención de un resultado por ejemplo $3+5 = 8$, y no $4+4 = 3+5$.
- b) Dificultades con la concatenación y con algunas de las convenciones de notación del álgebra.
- c) La falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y los procedimientos que usan para resolver problemas.

En ese sentido, Kieran y Filloy (1990) se centraron en interpretar intentos teóricos recientes, de la época, y diferentes de reorganizar, respecto a lo que se había investigado sobre la enseñanza/aprendizaje del álgebra, para ello, introducen el concepto metodológico de modelo teórico local en el que el objeto de estudio se enfoca desde tres componentes interrelacionados:

- a) Modelos de enseñanza del álgebra
- b) Modelos para los procesos cognitivos
- c) Modelos de competencia formal.

Cabe señalar que en dicho documento no se profundiza sobre estos componentes ni en su aplicación, sólo se establecen como una referencia de lo que se debería de utilizar como herramientas para la enseñanza/aprendizaje del álgebra.

No debemos olvidar, como lo establecen Socas, Camacho y Hernández (1998), que el papel desarrollado por el docente en la enseñanza del álgebra es fundamental, y el trabajo que realice éste en el aula influirá de manera decisiva para que el estudiante conserve su ya marcada indiferencia hacia la matemática o, logre despertar el interés en él y este pueda arribar a un aprendizaje esperado. Para ello, dichos autores hacen énfasis en que el currículo que el profesor debe implementar queda determinado por diversos agentes de un macrosistema educativo mediante un proceso que el docente desconoce en su totalidad, enmarcando las capacidades que se pueden desarrollar, la concepción de la enseñanza, la del aprendizaje y tomando en cuenta el proceso de evaluación.

Ante esto Socas, Camacho y Hernández (1998), señalan que el profesor debe ampliar su perspectiva sobre los contenidos matemáticos y no sólo ver a las matemáticas como una disciplina restrictiva, formal y técnica, verla desde el punto de vista integrador del saber matemático a enseñar. Mencionan los autores citados anteriormente, que el conocimiento didáctico debe permitir al docente desde la contextualización del currículo matemático, analizar, situar y secuenciar los bloques de contenido de dicho currículo y conocer la estructura de cada bloque en forma de capacidades cognitivas para poder representar y modelar el objeto matemático de ese currículo.

Con base en ello, Socas, Camacho y Hernández (1998) refieren a tres grupos de “errores” en el aprendizaje del álgebra, *los que tienen su origen en un obstáculo*, que se presenta por la dificultad de los estudiantes respecto de la naturaleza abstracta de los elementos utilizados en el álgebra, por ejemplo, se le pide al alumno representar el producto 6×3 con un tercer número, lo realiza, pero cuando se introducen expresiones como $5x + 9$, los alumnos no lo aceptan mencionando que son operaciones incompletas. *Los errores que tienen su origen en la ausencia de sentido*, los cuales tienen su origen en la aritmética, en los errores debidos a reglas de procedimientos, por ejemplo, en el uso inadecuado de una fórmula y los errores del álgebra, debido a las características propias del lenguaje utilizado, $7x+4 = 7-11x$ por ejemplo. Y por último, *los errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales* debidos a la falta de concentración, distracciones, bloqueos, olvidos, creencias, etc.

Ante ello, los investigadores proponen un modelo de enseñanza del álgebra en términos de traducción con los cuatro ejes de representación: habitual, aritmético, algebraico y geométrico, con lo que se generarían esquemas mentales que facilitan la comprensión de las abstracciones utilizadas, permitiendo progresar en la adquisición de nuevos objetos y con ello lograr en los estudiantes el aprendizaje necesario para ser utilizado en situaciones algebraicas.

Por otro lado, Gallardo y Pizón (2000) ponen en juego dos modelos de enseñanza con el propósito de establecer las diferencias de aprendizaje, estos modelos de enseñanza utilizados por los estudiantes en la resolución de ecuaciones, fueron: el Viético (conocidas reglas de operaciones a nivel sintáctico) y el Tablero con Fichas (manipulación física de pequeñas piezas).

Bajo este estudio, los autores dan conocer resultados, que se observan en la tabla 1.1., sobre las dificultades encontradas que presentan un grupo de estudiantes de segundo grado de secundaria, al intentar resolver ecuaciones de primer grado con el modelo concreto (Tablero con fichas) y el modelo Viético.

Tabla 1.1. Dificultades descritas por Gallardo y Pizón (2000)

Modelo Viético	Modelo Concreto “Tablero con fichas”
<ul style="list-style-type: none"> • Aplican incorrectamente la inversión de operaciones. • Carecen del concepto de ecuación. • Surge la concatenación de términos no semejantes. • Tienen problema con la operatividad de negativos. • No aceptan la solución nula. • No reconocen a la fracción como solución. 	<ul style="list-style-type: none"> • No se pueden representar ecuaciones con paréntesis. • Requiere de tiempo suficiente para su ejecución. • No es práctico en ecuaciones con números grandes.

Para obtener un panorama más amplio sobre los problemas presentados por los alumnos, Gallardo y Pizón (2000) utilizaron el método cualitativo de la observación, cuestionario y la entrevista. Con esto, dichos investigadores establecen que “los conflictos” arriba mencionados obstaculizan la construcción de conocimiento en cuanto a ecuaciones de primer grado se refiere y mencionan que al utilizar el modelo concreto se superan algunas de ellas, estableciendo las observaciones siguientes:

- a) Progreso en la adquisición del lenguaje algebraico.
- b) Avance en el concepto de ecuación.
- c) Existe transferencia del modelo concreto al modelo sintáctico.
- d) No aceptan a la fracción como solución.
- e) Una característica importante del Tablero con Fichas es que permite diferenciar la naturaleza de la incógnita respecto a lo numérico, dicho de otra manera, ayuda a identificar el coeficiente, principalmente el 1.
- f) En el tablero con fichas se evita la concatenación de términos no semejantes.
- g) Es importante señalar que el único número de naturaleza dual en este modelo es el cero, ya que es posible representarlo con dos círculos: uno negro y otro blanco, es decir, $-1 + 1 = 0$. Esta múltiple representación del cero como $-n + n = 0$, contribuye a su conceptualización. Por otra parte, cuando aparece un espacio vacío en el tablero advertimos la característica nula del cero. ¡He ahí! la dualidad del cero como totalidad o nulidad de elementos.
- h) El hecho denominado "Positividad de la incógnita" permite la solución negativa ya que cuando el estudiante está operando en el modelo no presenta dificultad para pasar de $-x = n$ a $x = -n$.

- i) En el Tablero con fichas el signo de operación entre dos términos se asocia al signo del número. De esta manera, los estudiantes pueden percibir los enteros, desde el planteamiento mismo de la ecuación.
- j) Resulta muy relevante la persistente dificultad con los números fraccionarios y el cero. Ello advierte de la importancia del reconocimiento por parte del estudiante de los distintos dominios numéricos de solución de las ecuaciones.
- k) Es importante señalar que ningún modelo de enseñanza es paradigmático. De hecho, las ecuaciones con una sola ocurrencia de la incógnita, $Ax=B$, se resuelven en el Tablero con Fichas solamente en el caso en que B es divisible por A.

Después de establecer las observaciones, los autores esperaban que los alumnos se desprendieran del modelo con fichas al arribar a la ecuación con una sola ocurrencia de la incógnita y utilizaran inversión de operaciones (Modelo Viético). Esta situación no ocurrió en todos los casos debido a la dificultad con la indivisibilidad numérica.

Con base en las investigaciones anteriormente citadas, se puede establecer que las dificultades y errores reportados en las mismas no han variado y se parecen bastante con las dificultades y errores presentes en la actualidad, esencialmente identificadas en las evaluaciones diagnósticas de alumnos de recién ingreso a la EMS. Lo anterior con base en nuestra experiencia docente.

1.2 Dificultades en la resolución de ecuaciones de primer grado en el Nivel Medio Superior.

Es de reconocer que se tiene mucho por hacer en el aula para poder transitar del álgebra como método, al álgebra como objeto matemático, González y Diez (2002), establecen que otro de los problemas presentados por estudiantes que ingresan a bachillerato, es la adquisición del significado de las letras en álgebra, considerando el uso que los estudiantes de bachillerato dan a dichas letras y las concepciones que se crean de ellos.

Los estudiantes representan a las letras como iniciales de su denominación en lugar de tomarlas como una representación del número de esos objetos, por ejemplo, $5c$ lo interpretan como 5 cajas o 5 cocos, varía esto según la concepción de cada estudiante, lo que cabe decir que dicha interpretación se da como iniciales de su denominación de lo que para ellos puede representar esa letra. No existe un método en ello, sino que los alumnos al ver la asignación de una letra la sustituyen inmediatamente por “algo” o le dan un valor de manera arbitraria. Si se toma una expresión, a manera de ejemplo como $c + d = 10$, la mayoría de los estudiantes consideran que $c = d = 5$.

Asimismo, González y Diez (2002), señalan que las letras que acompañan una expresión los estudiantes las ven como algo que se debe escribir, aunque no necesariamente tengan ningún sentido matemático. Si se pide a los alumnos que a la cantidad 4 le sumen o añadan $2t$, lo

representan como $6t$. O simplemente representan a dicha suma con el número 6, como una solución válida.

Ahora bien, los investigadores reflejan otro problema con el uso de las letras, cuando se trabajan como conjunto de números y se utilizan expresiones con desigualdades. Si al alumno se le plantea: ¿Qué opinión tienes sobre “ t ”, si $s + t = 20$ y sabes que $t < 7$?, en este caso responden que $t = 7$ y no dan como respuesta el conjunto de valores menores que 7, sólo dan el valor numérico 7 como respuesta única, buscan entonces un valor como único resultado.

Ante dicha problemática que presentan los alumnos para la adquisición de significado de las letras de acompañamiento utilizadas en expresiones algebraicas, González y Diez (2002) mencionan la necesidad de introducir las letras buscando la manera que se produzca un aprendizaje sistemático de su uso, además de las letras, en los símbolos es importante trabajar en la didáctica para que el aprendizaje se realice de manera especial y explícita.

Para los estudiantes, según González y Diez (2002), en el marco aritmético las desigualdades no representan una información interesante para ellos y su interés es meramente anecdótico. Por otro lado, mencionan que trabajar en la interpretación de gráficas ayuda a comprender problemas que necesitan de una abstracción muy fuerte cuando se trabaja con álgebra. Para lograr estas recomendaciones se debe trabajar en lecciones que sean eficaces cuando se enseñan expresiones en las que se utilizan letras y símbolos. Sin olvidar la tecnología y viéndolo desde este punto de vista, existen programas computacionales en los cuales los estudiantes visualizan de manera perfecta sus dificultades en la concepción del álgebra, al aplicar sus conocimientos matemáticos en la solución de ecuaciones de primer grado a prueba y error, en donde de manera instantánea corroboran sus fallas o logros mediante el uso de un teclado y una pantalla.

El inicio del estudio del álgebra se da cuando los estudiantes ingresan a primer semestre de la educación media superior, comúnmente llamado bachillerato, esta introducción al nuevo saber cómo lo refiere Cruz (2006), se hace de manera rápida y no existe conciencia del salto que existe entre la aritmética y el álgebra elemental, conllevando a un aprendizaje defectuoso, inclusive todavía en la Universidad algunos estudiantes siguen presentando serias fallas en el álgebra elemental debido a la enseñanza mecanizada, tanto en las operaciones algebraicas como en la obtención de resultados.

Por décadas la instrucción en el aula hacia los estudiantes no exclusiva en el área de la matemática, se ha venido realizando y se menciona ahora, a través de plumón, pintarrón y de manera verbal, por lo que al no existir estrategias adecuadas, eficientes y eficaces por parte de los docentes en los que su papel se reduce a cumplir lo establecido en el plan y programa de estudios, sin ahondar verdaderamente en las dificultades que se tienen que subsanar en los estudiantes para lograr los aprendizajes esperados. Sin tener esto en cuenta el docente y sin quererlo, provoca en los alumnos la confusión, la animadversión y su proclive negatividad hacia la educación matemática, cayendo en el desinterés y en algunos casos llegando a la deserción.

Ante ello, Cruz (2006), propone diagramas interactivos para mejorar la enseñanza del despeje de variables en bachillerato, cambiando de manera drástica el plumón y el pintarrón por un teclado y una pantalla. Que en vez de que los estudiantes realicen los ejercicios matemáticos propuestos sin utilizar lápiz y papel, que lo realicen por medio de una computadora innovando la manera de aprender, los diagramas interactivos propuestos diseñados para que el alumno pueda utilizar la mayor parte del material sin la presencia del docente y empezar así su propio aprendizaje.

Con la enseñanza sobre el despeje de variables con base en la propuesta a través de éstos diagramas interactivos Cruz (2006), esperaba que los alumnos lograran dominar las reglas correspondientes con las operaciones algebraicas y el manejo de funciones, además, se buscaba motivar en los alumnos el uso de dichos diagramas para mejorar su aprendizaje y con ello aprender el correcto manejo de las ecuaciones, así como utilizar un algoritmo sencillo para realizar diagramas muy versátiles, logrando el interés del alumno por la solución de ecuaciones. Este método llega a ser comprendido muy fácilmente en el bachillerato y es una base para los que continúan con su carrera escolar en la universidad.

Actualmente, quienes nos dedicamos a la docencia podemos constatar que las deficiencias que la mayoría de los alumnos presentan al ingresar al nivel medio superior, específicamente en la resolución ecuaciones de primer grado, la forma de ver el signo igual es igual a como la reportaron Kieran y Filloy (1990), lo cual se sigue presentando de manera continua y recurrente en grados posteriores del mismo nivel medio superior, este hecho nos hace reflexionar y nos planteamos las siguientes preguntas: ¿las dificultades son exclusivas de los alumnos?, ¿los docentes tenemos inferencia en esta situación?. Anteriormente se mencionó la deficiente instrucción en la enseñanza del álgebra sobresaliendo la manera mecánica de trabajo en el aula, lo que no está totalmente alejado de nuestro presente, es decir, esa forma de enseñanza se sigue implementando en la actualidad, al respecto Maffey (2006) estableció un contraste entre la situación actual y real de lo que sucede en las aulas y lo pretendido por las instituciones educativas, tomó como fundamento metodológico a la ingeniería didáctica, el estudio se realizó en los CECyT's del IPN y en preparatorias del sistema incorporado de la UNAM. Para ello Maffey (2006) planteó una propuesta dirigida al aula en donde los estudiantes realizan un primer acercamiento a las ecuaciones de primer grado, procurando una serie de problemas basados en contextos cotidianos que modelaran situaciones reales y además de ir incrementando el grado de dificultad.

Maffey (2006) reporta también que los profesores realizan la enseñanza sobre el tema de las ecuaciones lineales con base en el enfoque dado por las instituciones de la EMS, es decir, consideran los programas de estudio y se analiza el nivel escolar de los estudiantes. Con todo ello se señala que no se logran los aprendizajes esperados enmarcados por los programas de estudio ya que los aprendizajes logrados son muy pobres. Cabe mencionar que el promedio de estudiantes que logra dominar el empleo de las ecuaciones de primer grado es bajo y pocas veces consiguen resolver problemas concretos, máxime cuando se trata de utilizar esas

técnicas y llevarlas a otros contextos, tales como la física, química o al ámbito de la trigonometría, complicándose más aún al tratar de utilizar una ecuación planteando una situación fuera del contexto escolar, cabe mencionar, que el trabajo que se ha venido realizando en las aulas por los docentes y alumnos a través de los planes y programas de estudio que marcan los lineamientos para la enseñanza del álgebra, no ha sido suficiente. Maffey (2006) propone que se inicie con problemas concretos y no con definiciones, al abordar el aprendizaje del álgebra sobre soluciones de ecuaciones de primer grado.

En el mismo sentido, Maffey (2006) recomienda realizar investigaciones a más profundidad para generar alternativas y con ello atender la problemática detectada, sugiriendo extender la investigación hasta NMS incluyendo otros subsistemas educativos. Además de indagar sobre los métodos y concepciones que regularmente son utilizados por los docentes en el salón de clase, sus motivaciones para impartir el curso e indagar sobre la forma de cómo son abordados los significados del signo igual. Con lo anterior, la autora señala que si se trabaja en generar y mejorar las metodologías de la enseñanza respecto a las ecuaciones de primer grado se puede iniciar la adquisición de un aprendizaje significativo y duradero, y al evaluar con mayores tiempos los resultados de las metodologías de enseñanza se podría lograr la medición precisa de la ganancia cognitiva obtenida a partir de ellas.

Por lo general los estudiantes que cursan el nivel básico de educación escolar en México y deciden ingresar a la educación media superior, han desarrollado ya una aversión o negatividad hacia las matemáticas, predisponiéndose mentalmente a esta área, cuya negatividad afecta su formación en el bachillerato. Es necesario entonces que se comience a trabajar en diseñar y aplicar en el salón de clases, desde un quehacer docente en la educación matemática, usando o aplicando metodologías de enseñanza basadas en contextos cotidianos, en estos últimos es donde el alumno pone interés, más aún si logra visualizar la aplicación y con ello la importancia de las matemáticas en su vida cotidiana.

Con lo anterior se muestra la desvinculación que existe entre los planes y programas de estudio y la situación real que impera en las aulas, como lo refería Maffey. Por otro lado, Carrión (2007) quien plantea que los errores en las clases de matemáticas con profesores y alumnos están relacionados con los planes de estudio, pues estos guían la práctica docente y no es un problema exclusivo de la enseñanza en el área matemática.

Carrión (2007) señala que en cualquier proceso de instrucción suceden errores esporádicos generados por descuidos en la producción de los alumnos, estos errores se deben a los conocimientos previos de los mismos y que se dan dentro de un marco conceptual consistente, lo que favorece que los errores sean sistemáticos, que se tenga una comprensión distorsionada de los conceptos, creando con ello una idea equivocada de un razonamiento matemático correcto. Principalmente los errores aparecen en la resolución de ejercicios y problemas, pues en estos se tienen que desarrollar el orden de las operaciones, el uso de los signos de agrupación y la transformación de expresiones aritméticas a otras equivalentes. Con base en lo anterior Carrión (2007) propone que al conocer el docente los errores más

frecuentes cometidos por los estudiantes, se debe dar oportunidad al desarrollo de estrategias didácticas alternativas para en su clase y abordar los contenidos en los que el alumno presente dificultades. Esto llevaría al profesor a realizar investigaciones sencillas en contenidos matemáticos muy puntuales, elevando la calidad de su profesión en el quehacer docente al construir estrategias para dichos contenidos y lograr establecer una estructura local de conocimiento.

Carrión (2007), recomienda considerar los tópicos que han sido motivo de error y tomar de referencia otros con los que éstos se relacionan, se puede dar la estructuración de ejes temáticos que son la base para diseñar actividades de aprendizaje y materiales de apoyo, si se pone esto en práctica, estaríamos llevando la eficiencia del aprendizaje a otro nivel y preservar la presencia de los errores cometidos por los estudiantes.

Con base en la identificación de errores Carrión (2007) señala la importancia de usar éstos para la realización de actividades de aprendizaje, pues se pueden diseñar secuencias didácticas para el aula sobre la educación matemática del álgebra, en particular, con las ecuaciones de primer grado. Pero antes se tienen que identificar plenamente las dificultades presentadas por los alumnos sobre este tema. Al respecto Rey (2012) menciona que para la elaboración de una Unidad didáctica sobre ecuaciones de primer grado, planeada para ocho sesiones a realizarse con alumnos de primer grado de Bachillerato, identificó como un problema en los estudiantes, el mal manejo del lenguaje algebraico, que se da durante uso de los símbolos o el uso incorrecto de las propiedades numéricas, también identifica confusión en los estudiantes respecto de los elementos básicos en la estructura de una ecuación de primer grado, así mismo identificó el uso inadecuado de materiales (calculadora, balanza) una mala aplicación de técnicas, básicas en la resolución de este tipo de ecuaciones y dificultades al obtener igualdades a través de fracciones.

En cada una de las 8 sesiones llevadas a cabo con los estudiantes de bachillerato, Carrión (2007) menciona que los problemas planteados se centraron en atender niveles en la complejidad y la secuencia entre los mismos, es decir, se plantea una fase inicial de desarrollo y otra de cierre, mencionando que la complejidad demandada en el estudio se determinó con base en tres categorías, basadas en PISA, de reproducción, de conexión y reflexión.

Con base en lo anterior creemos necesario que como docentes en servicio, no basta solo conocer las dificultades sino atender la problemática detectada, es decir, darle la importancia a las deficiencias que presentan los estudiantes cuando ingresan al NMS y usarlas en beneficio de los mismos y con ello dar en conjunto (docente-alumno) el salto de la aritmética al álgebra y no dar por entendido que las y los jóvenes ya cuentan con los conocimientos especificados en el plan y programa de estudios. Por ende, resultará muy importante diseñar estrategias lo más adecuadas posibles, para enseñanza y con ello lograr el nuevo conocimiento y por ende lograr los aprendizajes esperados.

Con la información recabada de investigaciones sobre la enseñanza del álgebra de los diversos autores consultados, en la tabla 1.2. nos permitimos referenciar de manera precisa

sobre las dificultades que presentan los alumnos cuando se inicia el trabajo con álgebra, así como también precisar sobre las propuestas de investigadores para tratar de erradicar o reducir las dificultades observadas.

Tabla 1.2. Concentrado de resultados de algunas investigaciones, respecto de dificultades y errores para el aprendizaje del álgebra.

Nivel Básico Secundaria	
Autor	Dificultades en el aprendizaje del álgebra
Kieran, y Filloy, (1990).	<ul style="list-style-type: none"> _ La forma de ver el signo igual, siempre buscan la obtención de un resultado por ejemplo $3+5 = 8$, y no $4+4 = 3+5$. _ Las dificultades con la concatenación y con algunas de las convenciones de notación del álgebra. _ La falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y los procedimientos que usan para resolver problemas
Socas, Camacho y Hernández (1998).	<ul style="list-style-type: none"> _ Errores debido a la naturaleza abstracta de los elementos utilizados en el álgebra. _ Errores debidos a reglas de procedimientos. _ Errores debido a actitudes afectivas y emocionales (falta de concentración, distracciones, bloqueos, olvidos, creencias, etc.)
Gallardo y Pizón (2000).	<p>Modelo Viético</p> <ul style="list-style-type: none"> _ Aplican incorrectamente la inversión de operaciones. _ Carecen del concepto de ecuación. _ Surge la concatenación de términos no semejantes. _ Tienen problema con la operatividad de negativos. _ No aceptan la solución nula. _ No reconocen a la fracción como solución. <p>Tablero con Fichas</p> <ul style="list-style-type: none"> _ No se pueden representar ecuaciones con paréntesis. _ Requiere de tiempo suficiente para su ejecución. _ No es práctico en ecuaciones con números grandes.
Educación Media Superior	
González y Diez (2002).	<ul style="list-style-type: none"> _ Al considerar las letras como objetos. _ Sustitución de las letras por un valor que es elegido de formas arbitrarias. _ Se toman como algo que se debe escribir, aunque no tenga un sentido matemático. _ Casos en los que desaparecen las letras en una operación algebraica.
Cruz (2006).	<ul style="list-style-type: none"> _ La introducción al algebra en el NMS se hace de manera rápida y no existe conciencia del salto que existe entre la aritmética y el álgebra elemental _ Los estudiantes presentan problemas en el despeje de variables y los siguen presentando en el Nivel Superior.
Maffey (2006).	<ul style="list-style-type: none"> _ El alumno promedio pocas veces logra dominar el empleo de las ecuaciones de primer grado para la resolución de problemas concretos. _ Le es complicado entender las técnicas de resolución a otros contextos (manejo de fórmulas en física o química) _ Sin oportunidad de emplear una ecuación para resolver un problema fuera de un contexto escolar,
Carrión (2007).	<ul style="list-style-type: none"> _ Errores esporádicos provocados por descuidos en las producciones de los estudiantes. _ Los errores surgen en un marco conceptual consistente, basado en conocimientos adquiridos previamente. _ Son sistemáticos. _ Comprensión distorsionada de los conceptos. _ Errores en el orden de las operaciones. _ Errores al usar los signos de agrupación. _ Errores al transformar una expresión aritmética en otras equivalentes.

Rey (2012).	<ul style="list-style-type: none"> _ Mal manejo del lenguaje algebraico. _ confusión en la identificación de los elementos básicos en la estructura de una ecuación de primer grado. _ El uso inadecuado de materiales (calculadora, balanza). _ Dificultades al obtener igualdades a través de fracciones, como por ejemplo al plantearse la ecuación $(x+9) / (x+4) = 5/8$, este deduce que $x+9 = 5$ y $x+4=8$. O al traducir incorrectamente enunciados verbales al lenguaje simbólico.
-------------	--

1.3 Recomendaciones para atender dificultades en Secundaria y EMS basadas en investigaciones

En este apartado se presentan las propuestas realizadas en algunas investigaciones, las cuales se concentran en la tabla 1.3.

Tabla 1.3. Concentrado de recomendaciones para atender las dificultades y errores en la enseñanza del álgebra en NMS.

Nivel básico Secundaria	
Autor	Propuesta para lograr el aprendizaje del álgebra.
Kieran y Filloy (1990).	<ul style="list-style-type: none"> _ Aplicar modelos de enseñanza del álgebra _ Aplicar Modelos para los procesos cognitivos _ Establecer Modelos de competencia formal
Socas, Camacho y Hernández. (1998).	<ul style="list-style-type: none"> _ Proponen un modelo de enseñanza del álgebra en términos de traducción con los cuatro ejes de representación: habitual, aritmético, algebraico y geométrico
Gallardo y Pizón (2000).	<p>Uso del “Tablero con fichas”:</p> <ul style="list-style-type: none"> _ Progreso en la adquisición del lenguaje algebraico. _ Avance en el concepto de ecuación. _ Existe transferencia del modelo concreto al modelo sintáctico. _ No aceptan a la fracción como solución. _ Permite diferenciar la naturaleza de la incógnita respecto a lo numérico, dicho de otra manera, ayuda a identificar el coeficiente, principalmente el l. _ Se evita la concatenación de términos no semejantes. _ Es importante señalar que el único número de naturaleza dual en este modelo es el cero, ya que es posible representarlo con dos círculos: uno negro y otro blanco, es decir, $-l + l = 0$. _ El hecho denominado "Positividad de la incógnita" permite la solución negativa ya que cuando el estudiante está operando en el modelo no presenta dificultad para pasar de $-x = n$ a $x = -n$. _ El signo de operación entre dos términos se asocia al signo del número. _ Resulta muy relevante la persistente dificultad con los números fraccionarios y el cero. _ Es importante señalar que ningún modelo de enseñanza es paradigmático. De hecho, las ecuaciones con una sola ocurrencia de la incógnita, $Ax = B$, se resuelven en el Tablero con Fichas solamente en el caso en que B es divisible por A.
Educación Media Superior	
González y Diez (2002).	<ul style="list-style-type: none"> _ Introducir las letras para producir un aprendizaje sistemático del uso de estas. _ El uso de las letras y demás símbolos debe cuidarse y precisarse y es importante trabajar en la didáctica específica para que el aprendizaje de este uso se haga de modo especial y explícito. _ La interpretación de las gráficas ayuda a comprender problemas que, en la escritura algebraica, necesitan un esfuerzo de abstracción muy fuerte-

	<p>_Las desigualdades en el marco aritmético no son una información interesante para el alumno; su interés por ellas ha sido completamente anecdótico.</p> <p>_Deben construirse lecciones que sean realmente eficaces en la enseñanza de las expresiones simbólicas con letras y su empleo</p>
Cruz (2006).	<p>Con el uso de los Diagramas interactivos:</p> <p>_Se espera que los alumnos logren dominar las reglas que corresponden con las operaciones algebraicas y el manejo de funciones.</p> <p>_Es motivante y mejora el aprendizaje, en consecuencia, ayudan a aprender el manejo correcto de ecuaciones.</p> <p>_Este método llega a ser comprensible para los niveles de educación media, diversificada y profesional</p> <p>_Son muy versátiles y logra que el alumno encuentre la solución de una ecuación usando un algoritmo bastante sencillo.</p>
Maffey (2006).	<p>_Extender la investigación a otras modalidades, como el Colegio de Bachilleres, el Colegio de Ciencias y Humanidades, etc.</p> <p>_Tomar en cuenta al indagar sobre las concepciones y métodos seguidos por los profesores, la formación y motivación de éstos</p> <p>_Buscar recursos didácticos adecuados para que los estudiantes conceptualicen interiormente de manera más precisa, amplia y progresiva los significados del signo =.</p> <p>_Generar más y mejores metodologías de enseñanza de las ecuaciones de primer grado que realmente se ocupen de propiciar la adquisición de aprendizajes significativos y con ello duraderos.</p> <p>_Evaluar con mayores tiempos, la efectividad de tales metodologías de enseñanza para lograr mediciones precisas de la ganancia cognitiva.</p>
Carrión (2007).	<p>_Si el profesor conoce los errores más frecuentes de los estudiantes, tiene ocasión de preparar estrategias didácticas alternativas previas a la realización de la enseñanza.</p> <p>_Los errores representan un ambiente importante para que los profesores realicen investigaciones sencillas, sobre contenidos matemáticos determinados.</p> <p>_Es posible construir un “islote” de contenidos matemáticos: <i>establecer una estructura local de conocimiento.</i></p> <p>_Existe la posibilidad de estructurar ejes temáticos tomando en cuenta los tópicos que ha sido motivo de error y otros con los que éstos se relacionan.</p>
Rey (2012).	<p>_Los problemas planteados están centrados en la complejidad y la secuenciación.</p> <p>_La realización de las secuencias didácticas deben de contar con una fase inicial, de desarrollo y de cierre.</p> <p>_En la complejidad de las tareas se deben de tomar en cuenta tres categorías según PISA y que son las de reproducción, de conexión y de reflexión</p>

1.4 Evaluación diagnóstica aplicada a estudiantes de la Preparatoria 17

Con base en la información presentada en este capítulo y sabiendo que el tema sobre la resolución de ecuaciones de primer grado se aborda en el primer semestre de la EMS, se diseñó y aplicó un instrumento para realizar una evaluación diagnóstica escrita a estudiantes de nuevo ingreso en la Unidad Académica Preparatoria 17, ciclo escolar 2017-2018, ubicada

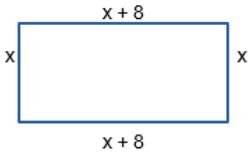
en el municipio de Acapulco de Juárez, la cual pertenece a la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), México, el instrumento se muestra a continuación.

I. Con tus propias palabras contesta de manera clara las siguientes preguntas.

- 1.- ¿Qué es una ecuación?
- 2.- ¿Qué es una variable?
- 3.- ¿Qué es una constante?

II. Resuelve lo que se te pide y escribe un breve comentario de tus respuestas.

- 1.- ¿Cuál es el resultado de sumar $8 + 6$? ¿El resultado puede representarse de forma diferente?
- 2.- ¿cuál es el resultado de sumar $7b + 3$?
- 3.- Al realizar la suma de $6a - 8c + 4d - 2a + 5c - d$, ¿Qué resultado obtendrás?
- 4.- Encuentra el valor de "x" de las siguientes ecuaciones (anota el desarrollo de operaciones).
 - a) $7x + 3 = 7 + 6x$
 - b) $5x + 8 - 9x = 12$
- 5.- El perímetro de la figura mostrada es de 32m, qué harías para encontrar el valor de "x" y calcular la dimensión de cada uno de los lados.

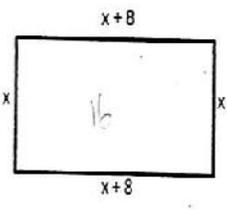


En dicho cuestionario se plantearon preguntas sobre conceptos, resolución de problemas y ejercicios, con la intención de identificar el dominio de los conceptos relacionados con ecuaciones de primer grado, así mismo identificar posibles dificultades y errores al resolver este tipo de ecuaciones en las producciones de los estudiantes, en la tabla 1.4. se concentra lo identificado en la evaluación diagnóstica, cabe mencionar que el instrumento fue aplicado a un grupo de 23 alumnos, cabe señalar que solo se presentarán algunas de estas.

Tabla 1.4. Dificultades presentadas por alumnos de la preparatoria 17 de la UAGro.

<p>Una de las dificultades encontradas es la carencia del concepto de ecuación que coincide con lo reportado por Gallardo y Pizón (2000). Solo 3 de los 23 participantes se refirieron a este concepto como una operación que ayuda a encontrar el valor de una incógnita o algo que se desconoce.</p>	<p>1.- ¿Qué es una ecuación? la suma de dos números valado por si mismo</p>
--	---

<p>9 alumnos definieron el concepto de variable de manera general como aquella que cambia de valor. Mientras que 14 describen a la constante como algo que no cambia.</p>	<p>2.- ¿Qué es una variable? la variable es la que cambia de valor es decir lo contrario de la constante. 3.- ¿Qué es una constante? la constante es aquella que su valor no cambia siempre es el mismo.</p>
<p>Otra dificultad es la forma de ver el signo igual, siempre buscan la obtención de un resultado por ejemplo $3+5 = 8$, y no $4+4 = 3+5$, reportado por Kieran y Filloy (1990). Los 23 estudiantes realizaron la suma correctamente, pero solo 10 representaron el resultado con otra combinación de números.</p>	<p>1.- ¿Cuál es el resultado de sumar $8 + 6$? ¿El resultado puede representarse de forma diferente? 14 ah creo que sí</p>
<p>Errores debido a la naturaleza abstracta de los elementos utilizados en el álgebra, es decir, la concatenación de términos no semejantes reportado por Socas, Camacho y Hernández (1998). Solo un alumno de los 23 contestó acertadamente esta pregunta.</p>	<p>2.- ¿cuál es el resultado de sumar $7b + 3$? $R = 10b$</p>
<p>Dificultad para realizar operaciones con números negativos, problemas para despejar variables, es decir, mal manejo del lenguaje algebraico, esto coincide con lo reportado por Gallardo y Pizón (2000), Cruz (2006), y Rey (2012). Ninguno de los estudiantes realizó correctamente lo planteado en el numeral 3, mientras que solo 5 intentaron dar respuesta a la resolución de ecuaciones sin logro alguno.</p>	<p>3.- Al realizar la suma de $6a - 8c + 4d - 2a + 5c - d$, ¿Qué resultado obtendrías? $R = \frac{8}{d}$ $4a - 3c - 3d$</p> <p>4.- Encuentra el valor de "x" de las siguientes ecuaciones (anota el desarrollo de c)</p> <p>a) $7x + 3 = 7 + 6x$ $10 \times 75 = 157$ $10 \times 75 = 157$</p> <p>b) $5x + 8 - 9x = 12$ $8 \times 95 = 177$ $8 \times 75 = 12x$</p>

<p>Dificultades para expresar formalmente los métodos y los procedimientos usados para resolver problemas, asimismo muestran el poco dominio sobre ecuaciones de primer grado al resolver problemas concretos, reportado por Kieran y Filloy (1990) y Maffey (2006). Ninguno de los estudiantes realizó correctamente esta actividad. 19 de ellos no mostraron ningún interés por ésta y solo 5 intentaron realizarla.</p>	<p>5.- El perímetro de la figura mostrada es de 32m, ¿qué harías para encontrar el valor de "x" y calcular la dimensión de cada uno de los lados?</p>  <p>sumar el Perímetro después que oya tenido el resultado dividirlo con la suma de los lados y da el resultado</p> $32 + 32 + 32 + 32 = 128$ $128 \div 16 = 8$ $8 + 8 + 8 + 8 = 32$
--	---

1.5 Problemática

Con base en lo presentado en este capítulo, tanto por las investigaciones como por los resultados de la evaluación diagnóstica a alumnos de recién ingreso a la EMS, las dificultades que se presentaron son similares de algún modo con las citadas anteriormente. Por ejemplo: la forma de usar el signo igual, al relacionarlo con el concepto de ecuación para obtener necesariamente un resultado numérico, por otro lado, se siguen presentando problemas cuando se involucran números negativos, así mismo se observó la confusión al momento de usar letras al operar algebraicamente la resolución de ecuaciones de primer grado. Lo anterior muestra una errónea realización de procedimientos algebraicos y por ende, se identificaron dificultades para poder asimilar, comprender, desarrollar o dar solución a ecuaciones de primer grado.

1.6 Problema

Es claro que existen dificultades y errores al abordar la resolución de ecuaciones de primer grado en estudiantes de primer grado del Nivel medio superior, en particular los de la Preparatoria 17 de la UAGro. que ingresan a la EMS. De ahí el interés nuestro por atender la recomendación de Carrión (2007) quien propone “que al conocer el docente los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes, se debe dar oportunidad al desarrollo de estrategias didácticas alternativas en su clase y abordar los contenidos en los que el alumno presente dificultades”.

1.7 Objetivo general

Debido a la problemática encontrada sobre errores y dificultades en este tipo de ecuaciones, el propósito es diseñar, aplicar y validar una intervención didáctica para la resolución de ecuaciones de primer grado en la EMS.

CAPÍTULO 2

2. Marco de planes y programas de estudio de la EMS

En este capítulo se presenta el contexto de estudio relacionado con la enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones de primer grado, para ello es necesario conocer primeramente el modelo educativo de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), así como también lo especificado por la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS), sin dejar de lado el nuevo modelo educativo propuesto por la Secretaría de Educación Pública (SEP). Asimismo, es necesario conocer de manera general, los programas de estudios tanto el de la UAGro, como el de la Dirección General de Bachillerato (DGB). Lo anterior tiene la finalidad de conocer que es lo que se propone en materia educativa para Matemáticas I y con ello conocer cómo y cuándo abordar el tema que de ecuaciones de primer grado, tema central de la presente investigación.

2.1 El modelo educativo de la UAGro y la RIEMS

Se presentará primeramente el Modelo Educativo de la UAGro: *hacia una educación de calidad con inclusión social*, propuesto en 2013, el cual se sustenta en los principios y valores que guían la vida universitaria, y sobre esa plataforma se proyecta para lograr una educación de alta calidad y socialmente inclusiva. Retoma el paradigma del constructivismo social y el enfoque por competencias para construir el andamiaje de una formación centrada en la persona, integral, pertinente, propositiva y contextualizada, que de identidad a su quehacer académico. Todo ello, tomando de lo que dictan las políticas nacionales en educación media superior y superior que para el caso del NMS las políticas en educación tienen como base la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS), que tiende a la creación de un Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un contexto de diversidad.

En el Modelo Educativo de la UAGro se declara a la educación como un bien público con una gran responsabilidad frente a la sociedad; se establece que la formación que ofrece se basa en el constructivismo social, en el compromiso con el entorno, con su desarrollo sostenible y sustentable, acorde con la diversidad cultural y con las características singulares de las diferentes regiones del estado de Guerrero. El cual propone como sus dimensiones: la formación humanista, centrada en la persona y en su aprendizaje, integral, propositiva, pertinente y contextualizada, asumiendo los conceptos fundamentales del constructivismo pedagógico y de la pedagogía basada en competencias, tomando en cuenta, dentro de su marco pedagógico, los siguientes elementos basados en el aprendizaje:

- El aprendizaje como forma de construcción de conocimientos.
- El aprendizaje como un proceso social.

- Aprendizaje Significativo.
- Aprendizaje Autónomo.

Es importante destacar también que el Modelo Educativo de la UAGro está integrado por tres dimensiones y nueve características, mismas que describen los rasgos distintivos de este modelo y serán el fundamento y la guía en las actividades institucionales cotidianas.

Dimensiones

- Educación centrada en la persona y el aprendizaje.
- Educación integral.
- Educación pertinente, propositiva y contextualizada.

Características

- Flexibilidad.
- Innovación.
- Interdisciplinariedad.
- Equidad.
- Interculturalidad.
- Vinculación.
- Regionalización.
- Internacionalización.
- Aprendizaje a lo largo de la vida.

Para este Modelo, el estudiante es el aprendiente principal del proceso educativo. Es el destinatario del proceso de aprendizaje en los tiempos, espacios y ambientes determinados por el nivel y modalidad educativa en el que se forma. Desde la perspectiva del constructivismo social, el aprendiente es quien, mediante el trabajo colaborativo, participación social e interacción con el contexto, desarrolla sus competencias y coadyuva a las del otro. Se trata de un sujeto autogestivo y adaptativo, que trabaja en su proceso de aprendizaje con acciones integradoras que le permitan aprender, crear, utilizar y evaluar el conocimiento, validarlo a través del análisis y valorar las implicaciones positivas y negativas de su aplicación en la realidad.

En ese sentido Lozano (2015), establece que la Educación Media Superior (EMS) en México no puede y no debe ser entendida como un espacio educativo único y monolítico; su diversidad y complejidad obedece a múltiples factores, entre ellos: sus distintos orígenes, sus desiguales intenciones formativas, y su heterogénea forma de organización, administración e incluso dependencia institucional.

Para ello, a través de la RIEMS se construye un Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un marco de diversidad, que respete las diferencias, homologue las condiciones y características de los planteles, así como del personal directivo y docente, y proporcione un Marco Curricular Común (MCC) para la formación de los alumnos, SEP (2008). Para lograr esto, en el Acuerdo Secretarial 447 se establecieron ocho competencias que deben

cumplir los docentes, y consideran los aspectos que desde la construcción del MCC es necesario aplicar para la adecuada formación de los estudiantes, siendo estas las siguientes:

1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.
2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.
3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.
4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.
5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo;
6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.
7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.
8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.

Lozano (2015), cita dos artículos transitorios establecidos en el Acuerdo Secretarial 447:

TERCERO. - Para articular y dar identidad a la educación media superior acorde con los intereses de los estudiantes y las necesidades de desarrollo del país, la Secretaría, con pleno respeto al federalismo educativo y a la autonomía universitaria, promoverá entre las autoridades educativas de las entidades federativas y las instituciones públicas que impartan educación del tipo medio superior, la adopción de las competencias a que se refiere el presente Acuerdo. Para tales efectos la Subsecretaría propiciará la celebración de los instrumentos jurídicos correspondientes.

CUARTO. - En los planteles dependientes de la Secretaría y de sus órganos desconcentrados los docentes deberán contar con el perfil descrito en el presente Acuerdo antes del inicio del ciclo escolar 2009-2010 (SEP, 2008).

En este sentido, en la RIEMS se establece que la opción que mejor unifica y mantiene la diversidad es la de acordar cuáles son los conocimientos, las habilidades y actitudes que todo bachiller debe poseer al finalizar sus estudios. Se trata de definir un perfil básico del egresado, compartido por todas las instituciones, y enriquecido de muy distintas maneras por aquello específico que cada institución ofrece de forma adicional, tanto en términos de formación para el trabajo como en la adquisición de conocimientos disciplinares más complejos. El perfil básico hace referencia a los desempeños comunes que los egresados del bachillerato deben conseguir independientemente de la modalidad y subsistema que cursen. Es lo que constituiría el eje de la identidad de la educación media superior.

Para ello, se definen las competencias como la unidad común para establecer los mínimos requeridos para obtener el certificado de bachillerato sin que las instituciones renuncien a

su particular forma de organización curricular. Referida por la OCDE (citado en SEP, 2008) como: *“Una competencia es más que conocimiento y habilidades. Implica la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizand recursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular”*. Por lo cual, en la RIEMS éstas quedan delimitadas por tres conjuntos de competencias y conocimientos a desarrollar:

- Competencias genéricas.
- Competencias y conocimientos disciplinares.
- Competencias profesionales.

Las dos últimas pueden ser básicas o extendidas según el grado de complejidad.

Con lo expuesto anteriormente, es imperativo mencionar que en México para la educación básica solo estaban considerados los estudios llevados a cabo en el nivel de primaria y de secundaria, para esto, el Congreso de la Unión a través de un decreto, promueve que el año 2012 será el inicio de la obligatoriedad de la EMS, pretendiendo llevar este nivel educativo a todas las clases sociales y previendo su cobertura total para el ciclo escolar 2021 – 2022, Lorenzo y Zaragoza (2014). Por lo que la UAGro siendo uno de los subsistemas educativos que conforman la EMS en el País, está obligada a establecer en sus conductas normativas y educativas lo estipulado en la RIEMS y así poder formar parte del Sistema Nacional de Bachillerato dentro de un marco de diversidad.

2.2 Programa de estudios de Matemáticas I de la UAGro.

El programa de estudios de la unidad de aprendizaje de Matemáticas I de la UAGro, que es de donde se aborda el tema sobre ecuaciones de primer grado, tema de interés de este estudio, está basado en el Plan de estudios por Competencias del año 2010, y tiene como propósito que: *“Los estudiantes construyan e interpretan modelos algebraicos aplicando las propiedades de las expresiones algebraicas, relacionando magnitudes constantes y variables, y empleando el lenguaje algebraico para la representación y resolución de situaciones y/o problemas matemáticos relacionados con su realidad inmediata”*. UAGro (2010).

A través del cual se busca desarrollar en los estudiantes la creatividad y el pensamiento lógico y crítico. Con los cursos que corresponden al área se desarrollan las competencias disciplinares de matemáticas necesarias para que el estudiante argumente y estructure mejor sus ideas y razonamientos, es aquí donde se especifican las diferentes Competencias que el estudiante debe desarrollar durante el curso y con las cuales debe de contar al egresar de esta modalidad de bachillerato, dichas Competencias, al igual que las Competencias docentes, están especificadas en el Modelo Educativo de la UAGro, como lo establece la RIEMS, las competencias genéricas son las que todo estudiante de cualquier disciplina debe de desarrollar durante su estancia en el NMS, mientras que las competencias

disciplinarias descritas, son las exclusivas del campo disciplinar de las matemáticas. En la tabla 2.1. se presentan las competencias citadas.

Tabla 2.1. Competencias a desarrollar en Matemáticas I de la UAGro.

Categorías de competencias genéricas que desarrollan	<p>Piensa crítica y reflexivamente.</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <p>Se expresa y se comunica.</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.</p>
Competencias Disciplinarias Básicas que se desarrollan	<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas mediante la aplicación de procedimientos algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos y analíticos, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos</p>
Competencias docentes requeridas	<p>1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.</p> <p>2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.</p> <p>3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.</p> <p>4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.</p> <p>5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.</p> <p>6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.</p> <p>7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo</p>

sano

8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.

Todas las competencias presentadas en la tabla X, deben ser implementadas en dos unidades de competencia de acuerdo con el programa de estudios de la UAGro para Matemáticas 1:

- Unidad de competencia 1: Los fenómenos de mi entorno inmediato
- Unidad de competencia 2: Los fenómenos de mi comunidad.

Estas unidades de competencia se desarrollan por medio de secuencias didácticas para cada caso y el tema sobre ecuaciones de primer grado queda enmarcado dentro de la Unidad de competencia 1.

2.3 Programa de estudios de Matemáticas I, de la DGB.

Por otro lado el Programa de Estudios propuesto por la Secretaría de Educación Pública a través de la Dirección General de Bachillerato (DGB) tiene como propósito: “El desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento y estructuración de ideas que conllevan al despliegue de distintos conocimientos, habilidades actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar”. DGB (2017)

La finalidad de la unidad de aprendizaje matemáticas 1 es permitir al estudiante utilizar distintos procedimientos algebraicos para representar relaciones entre magnitudes, constantes y variables, y resolver problemas de la vida cotidiana, esto, llevado a cabo a través del desarrollo de diferentes Competencias durante el curso. En la tabla 2.2. se presentan las competencias a desarrollar en el área de matemáticas I de la DGB.

Tabla 2.2. Competencias a desarrollar en Matemáticas I por la DGB

Competencias genéricas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se conoce y valora así mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue. 2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros. 3. Elige y practica estilos de vida saludables. 4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. 5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. 6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva. 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
------------------------	--

	<p>9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.</p> <p>10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores ideas y prácticas sociales.</p> <p>11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.</p>
Competencias Disciplinares Básicas que se desarrollan	<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas mediante la aplicación de procedimientos algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos y analíticos, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.</p> <p>6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente, las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.</p> <p>7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos</p>
Competencias docentes requeridas	<p>1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.</p> <p>2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.</p> <p>3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.</p> <p>4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.</p> <p>5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.</p> <p>5. Evalúa los procesos de enseñanza con un enfoque formativo.</p> <p>6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.</p> <p>7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano.</p> <p>7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.</p> <p>8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.</p>

En el programa de estudios de la DGB se propone que las competencias se desarrollen a través de la distribución de los siguientes diez bloques:

Bloque I: Resuelves problemas aritméticos y algebraicos.

- Bloque II: Utilizas magnitudes y números reales.
- Bloque III: Realizas sumas y sucesiones de números.
- Bloque IV: Realizas transformaciones algebraicas I.
- Bloque V: Realizas transformaciones algebraicas II.
- Bloque VI: Resuelves ecuaciones lineales I.
- Bloque VII: Resuelves ecuaciones lineales II.
- Bloque VIII: Resuelves ecuaciones lineales III.
- Bloque IX: Resuelves ecuaciones cuadráticas I.
- Bloque X: Resuelves ecuaciones cuadráticas II.

Como se puede observar, para la enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones de primer grado, vistas por los estudiantes en el curso de Matemáticas I, al ingresar al NMS, tanto en el programa de estudios de la UAGro como en el propuesto por la DGB comparten las 8 ocho competencias docentes enmarcadas en la RIEMS, no así en las disciplinares básicas, que de las 8 competencias existentes en este campo, la UAGro solo desarrolla 6, mientras que en el programa de la DGB se desarrollan en su totalidad y en el campo de las 11 competencias genéricas existentes, en el programa de la DGB están especificadas todas, mientras que el programa de la UAGro para Matemáticas I, solo enmarca 3.

El tema de interés de este trabajo de investigación es el tema de ecuaciones de primer grado, el programa de estudio propuesto lo aborda en el bloque VI.

Es importante mencionar aquí que el programa de estudio de la UAGro, para esta unidad de aprendizaje, toma en cuenta de manera importante lo establecido en el Sistema Nacional de Bachillera a través de la DGB, para que el estudiante al finalizar el curso de Matemáticas I desarrolle las competencias propuestas, obtenga un perfil de egreso básico como lo establece la RIEMS y formen parte de su perfil de egreso al culminar sus estudios bajo este subsistema, con esto, la UAGro está inmersa en la normativa educativa propuesta a nivel nacional por la SEP, dando certeza académica a sus egresados de la EMS.

Es pertinente señalar ahora, cómo es que aborda el tema de ecuaciones de primer grado, en el libro de texto utilizado en las preparatorias de la UAGro y en el que propone la DGB, para ello, hemos realizado un comparativo a manera de revisión como lo proponen Douglas, Tavares, Thiago y Silva (2016). Plasmaremos aquí lo más importante de este análisis, ya que de esta forma visualizaremos si efectivamente en los libros de texto propuestos se están desarrollando las Competencias establecidas en la RIEMS y propuestas en el programa de estudios de ambos subsistemas.

2.4 Revisión de libros de texto de matemáticas I, de la UAGro y la DGB

En la siguiente tabla se presenta el comparativo de los libros de texto de matemáticas I, propuestos por la UAGro y la DGB.

Tabla 2.3. Comparativo de libros de texto de Matemáticas I, propuestos por la UAGro y la DGB.

Libro de texto de la UAGro	Libro de texto propuesto por la DGB
Organización: Comprende la manera en cómo se organizan, a través de diversas actividades, las tareas a desarrollarse para la enseñanza – aprendizaje del tema abordado.	
<p>El tema se divide en seis apartados</p> <ul style="list-style-type: none"> a) introducción, b) ambiente de aprendizaje. Generalidades c) ambiente de aprendizaje. Contextualización. d) Secuencia didáctica 1. Conceptos y propiedades de las desigualdades, e) Actividad 1 a actividad 11 <p>Ejercicios de autoevaluación</p>	<p>El tema está dividido en 13 apartados.</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Lectura b) Evaluación de comprensión lectora. c) Evaluación diagnóstica. d) Resolución de ecuaciones lineales. e) Actividad individual. f) Ecuaciones lineales con coeficientes fraccionarios. g) Actividad individual. h) Resolución de situaciones cotidianas. i) Actividad en equipos. j) Relación entre ecuaciones y funciones lineales. k) Actividad individual. l) Ecuación lineal o lineal recta. <p>Actividad individual</p>
<p>El libro de texto de la DGB propone una división del tema para su estudio de una forma más estructurada, y a diferencia del propuesto por la UAGro, que la manera en que se aborda el tema es más técnica y más explícita, involucra actividades con las que el alumno puede llegar a desarrollar las competencias en marcadas en su programa de estudios.</p>	
CONTENIDOS Es donde se trabaja el objeto matemático en sus diferentes registros interpretativos y poder lograr así, el aprendizaje en los alumnos mediante la construcción de conceptos.	
<p>No define lo que es ecuación, variable, incógnita e igualdad, se le pide al alumno que lo consulte, aborda hasta la actividad 5 la propiedad distributiva, la asociativa, el neutro aditivo y el multiplicativo. La forma en cómo aborda la formulación y resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita es muy explícita.</p>	<p>No define ningún concepto relacionado con el tema, de manera explícita ejemplifica la resolución de ejercicios para que posteriormente los estudiantes lo realicen de manera individual o por equipo en cada una de las actividades en donde también se trabajan problemas mediante el planteamiento de situaciones cotidianas. Se pide a los alumnos descargar el software Geogebra cuando introduce el aspecto gráfico.</p>
<p>No registran los textos una exploración previa de conocimientos sobre la definición de conceptos respecto al tema abordado, al parecer dan por hecho que al alumno ya cuenta con ellos y solo se interesan por desarrollar de forma amplia, el aspecto matemático.</p>	
Contenidos impares Relevancia sobre los contenidos que se encuentran enmarcados en sólo uno de los textos propuestos	
<p>El contenido del texto se divide en tres unidades de</p>	<p>El contenido del texto se divide en diez bloques. Las</p>

<p>competencia. Las ecuaciones de primer grado con una incógnita se abordan en la unidad de competencia II, en la página 35.</p> <p>La unidad de competencia II, se divide en tres secuencias didácticas. Las ecuaciones de primer grado con una incógnita se abordan en la secuencia didáctica 1.</p> <p>Se les pide a los estudiantes después de dar algunas definiciones y recomendaciones, la serie de pasos para la resolución de ejercicios, no hay mayor relevancia</p>	<p>ecuaciones de primer grado con una incógnita se abordan en el bloque VI, en la página 49, estableciendo el tiempo estimado para el bloque de 8 horas.</p> <p>El bloque VI se divide en seis actividades de aprendizaje. Las ecuaciones de primer grado con una incógnita se abordan en cada una de ellas, ya sea de manera directa, mediante planteamiento de situaciones cotidianas y desde el punto de vista gráfico.</p> <p>En cada una de las actividades se propone un importante número de ejercicios y problemas para su resolución. Aun cuando no se abordan.</p>
<p>En el texto de la DGB se aborda la resolución de ecuaciones de primer grado utilizando el método gráfico, que es una actividad inexistente en el texto propuesto por la UAGro, pero, por otro lado, en este último se aborda el desarrollo del tema de forma más explícita.</p>	
<p>Ejercicios</p> <p>Son aquellos en los que el alumno pone a prueba sus destrezas y habilidades cognitivas adquiridas en las actividades desarrolladas sobre el tema que se abordada, en donde se pueden observar los logros de los aprendizajes alcanzados y las competencias adquiridas en los estudiantes.</p>	
<p>No propone el texto durante el tema abordado el trabajo colaborativo, ni situaciones de aprendizaje que vayan más allá de la resolución de ejercicios y problemas, solo existe la diferencia en la cantidad de ellos que se propone. La resolución detallada de ejercicios de manera explícita se da en 6 de 11 actividades que estructuran el tema.</p>	<p>El texto, de manera adecuada durante el desarrollo del tema, propone situaciones de aprendizaje individual y colaborativa, aborda de manera adecuada el método gráfico y ejemplifica a través de éste la ecuación de la recta, la ejemplificación y detalle de resolución de ejercicios y problemas se da en las 6 actividades en que se aborda el tema</p>
<p>Es imprescindible que para que el estudiante adquiera y desarrolle algunas de las competencias descritas en los programas de estudio propuestos en ambos textos, se tengan que desarrollar actividades en las que los alumnos se desarrollen, trabajen y convivan con sus pares y puedan sentirse incluidos. Actividades que no propone el texto de la UAGro.</p>	

Como podemos observar, en ambos textos no se alcanzan a desarrollar de manera plena, la enseñanza del tema de ecuaciones de primer grado, que es el estudio de nuestro caso, las Competencias genéricas y disciplinares propuestas en los programas de estudio, de ambos subsistemas referidos, para lograr el aprendizaje en los alumnos que cursan Matemáticas I, muy difícilmente el alumno sustentará una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva desarrollando con ello una Competencia genérica o propondrá, formulará, definirá y resolverá diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques, como una Competencia disciplinar básica que tendrá presente y formará parte de él al culminar sus estudios.

2.5 Nuevo Modelo educativo 2017

Como se había referido al inicio de éste capítulo, lo que se establece en el nuevo Modelo Educativo 2017, el cual está dirigido a toda la educación obligatoria en México y que por Decreto del Congreso de la Unión desde el año 2012 la EMS forma parte de ella, en este Modelo, titulado “*Educación para la libertad y la creatividad*”, se señala la introducción de un enfoque humanista; la selección de aprendizajes clave; el énfasis en las habilidades socioemocionales; la descarga administrativa; y el planteamiento de una nueva gobernanza.

La SEP da a conocer el Modelo Educativo para la educación obligatoria, que explica cómo la reorganización del sistema educativo en cinco grandes ejes contribuirá a que niñas, niños y jóvenes de nuestro país desarrollen su potencial para ser exitosos en el siglo XXI. Para el caso de nuestro interés sólo referiremos parte del primer eje:

Planteamiento curricular. “Se plasma un perfil de egreso que indica la progresión de lo aprendido desde el preescolar hasta el bachillerato, que implica también el primer ejercicio de articulación formal para la educación obligatoria. A partir de un enfoque humanista, y con base en hallazgos de la investigación educativa, se introducen las directrices del nuevo currículo de la educación básica, el cual se concentra en el desarrollo de aprendizajes clave, es decir, aquellos que contribuyen al desarrollo integral de los estudiantes y que les permiten aprender a lo largo de la vida”. SEP (2017).

Para ello, en el apartado de los principios pedagógicos de la labor docente, específicamente en el punto 7, diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje situado, SEP (2017), establece que: El profesor debe buscar que el estudiante aprenda en circunstancias que lo acerquen a la realidad, simulando distintas maneras de aprendizaje que se originan en la vida cotidiana, en el contexto en el que él está inmerso, en el marco de su propia cultura. Tan es así que en el punto 9 del mismo apartado establece: Una de las formas de mostrar al estudiante el valor de ese aprendizaje es buscar estrategias de enseñanza para incorporarlo adecuadamente al aula. Los aprendizajes formales e informales deben convivir e incorporarse a una misma estructura cognitiva.

En este sentido, SEP (2016), a través de la Coordinación Nacional de Registro del Servicio Profesional Docente, establece en su Evaluación de del Desempeño Docente 2016 – 2017, la elaboración y utilización de la Planeación Didáctica Argumentada (PDA), como una guía académica a utilizarse en los niveles de preescolar, primaria y secundaria, así como a técnicos docentes, en todas y cada una de las unidades de aprendizaje llevadas a cabo en estos niveles, con el objetivo de que los estudiantes, a través de esta herramienta didáctica logren los aprendizajes a lo largo de su vida.

Es necesario conocer ahora, de manera puntual, las competencias en el área de las matemáticas, que están enmarcadas en la RIEMS y que constituyen el MCC, descritas tanto en el programa de estudios del SNB, como en el de la UAGro. Y también de manera

puntual conocer cuál de éstas fueron tomadas en cuenta para que el alumno las pueda desarrollar cuando se enfrente al reto de la resolución de ecuaciones de primer grado.

2.6 Competencias a desarrollar en el programa de estudios de matemáticas I

Se presenta en la tabla 2.4 el comparativo de los programas de la UAGro y la DGB del programa de estudios de matemáticas I.

Tabla 2.4. Comparativo del programa de estudios de Matemáticas I, de la UAGro y la DGB.

Competencias del Programa de Estudios Matemáticas I.	
UAGro	SNB
<p>Genéricas:</p> <p>Categoría: Se expresa y se comunica.</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <p>Categoría: Piensa crítica y reflexivamente.</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.</p>	<p>Genéricas:</p> <p>1. Se conoce y valora así mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.</p> <p>2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.</p> <p>3. Elige y practica estilos de vida saludables.</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <p>9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.</p> <p>10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores ideas y prácticas sociales.</p> <p>11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.</p>

<p>Disciplinares Básicas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas mediante la aplicación de procedimientos algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos y analíticos, mediante el lenguaje verbal y matemático. 5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos. 	<p>Disciplinares Básicas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas mediante la aplicación de procedimientos algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos y analíticos, mediante el lenguaje verbal y matemático. 5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. 6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente, las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean. 7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
<p>Competencias Docentes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional. 2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo. 3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios. 4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional. 5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo. 	<p>Competencias Docentes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional. 2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo. 3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios. 4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional. 5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.

<p>6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.</p> <p>7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano.</p> <p>8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.</p>	<p>6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.</p> <p>7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano.</p> <p>8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.</p>
---	---

En la tabla siguiente se describen las competencias que el alumno debe desarrollar según los libros de texto de la UAGro y la DGB.

Tabla 2.5. Competencias descritas en los libros de texto de Matemáticas 1, que el alumno debe de desarrollar. En la UAGro y la DGB.

Competencias libro de texto Matemáticas I.	
UAGro (Unidad II)	DGB (Bloque VI)
<p>Genéricas: (No describe ningún atributo)</p> <p>Categoría: Se autodetermina y cuida de sí.</p> <p>1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.</p> <p>Categoría: Se expresa y se comunica.</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <p>Categoría: Piensa crítica y reflexivamente.</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.</p> <p>Categoría: Aprende de forma autónoma:</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida</p> <p>Categoría: Trabaja en forma colaborativa.</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <p>Categoría: Participa con responsabilidad en la sociedad.</p> <p>9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y</p>	<p>Genéricas:</p> <p>Categoría: Se expresa y se comunica.</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <p>Atributos: Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.</p> <p>Categoría: Piensa Crítica y reflexivamente.</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <p>Atributos: Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.</p> <p>Categoría: Aprende de forma autónoma.</p> <p>Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <p>Atributos: Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento.</p> <p>Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.</p>

<p>el mundo. 10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.</p>	<p>Categoría: Trabaja en forma colaborativa. 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. Atributos: Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.</p>
<p>Disciplinares Básicas: 1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas mediante la aplicación de procedimientos algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos y analíticos, mediante el lenguaje verbal y matemático. 5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. 6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente, las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p>	<p>Disciplinares Básicas: 1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas mediante la aplicación de procedimientos algebraicos, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. 5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos</p>

2.7 Ecuaciones de primer grado en textos propuestos por la UAGro y la DGB

Vistas las competencias genéricas y disciplinares establecidas tanto en el programa de estudios, así como en los libros de texto, que el alumno debería de desarrollar en la unidad de aprendizaje de Matemáticas I, es pertinente mencionar aquí cómo es que abordan dichos textos el tema referente a las ecuaciones de primer grado. Esto con el propósito de establecer el tipo de método optado por ambos libros para el desarrollo del referido tema, ya sea desde una perspectiva gráfica, algebraica o aritmética.

En el texto propuesto por la DGB, el bloque VI que es donde está programado el tema de ecuaciones de primer grado, se inicia el desarrollo el tema con una reflexión sobre qué es la igualdad y ejemplifica con el método de la balanza, posteriormente, realiza una evaluación diagnóstica donde se encuentra contenido el método aritmético, algebraico, y gráfico. Realiza una breve reseña histórica de la ecuación de primer grado y aporta la definición de lo que es una ecuación e igualdad, describe la diferencia entre ecuación y función, realizando un ejercicio para ello. En la tabla 2.6. se muestra cómo se aborda y se desarrolla el tema de ecuaciones de primer grado en el libro de texto de Matemáticas I de la DGB.

Tabla 2.6. Desarrollo del programa de estudio en el libro de texto de la DGB.

<p>En la actividad 1 del bloque VI, a través de problemas planteados, se le pide relacionarlos con la ecuación lineal correcta que aparece en otra columna (Imagen 1), es decir, el alumno tiene que dar solución al problema planteado mediante la elaboración de una ecuación lineal y establecer la relación correcta, esto es, mediante un método algebraico</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: right; color: blue; font-weight: bold;">Resuelve ecuaciones lineales I</p> <hr style="border: 1px solid blue;"/> <p>2. Relaciona la ecuación lineal de una sola incógnita que sirva como modelo matemático para representar los siguientes problemas, escribe la letra del problema dentro del paréntesis, según corresponda:</p> <p>a) Jorge produjo 8 toneladas de café más que Carlos y entre ambos produjeron en total 30 toneladas. ¿Cuál es la cantidad de toneladas que produjo Carlos? () $3c + 9 = 105$</p> <p>b) Luis, Jorge y Carlos son tres hermanos. Luis es mayor que Jorge un año, mientras que Jorge es mayor que Carlos cuatro años. ¿Cuál es la edad de Carlos, si se sabe que sus tres edades suman 105? () $7c = 5(2c+1)$</p> <p>c) Carlos vendió café durante tres días, cada día ganó la mitad de lo que ganó el día anterior. ¿Cuánto ganó el primer día si su ganancia total fue \$1330? () $2c + 9 = 30$</p> </div> <p style="text-align: center;">Imagen 1. Relación de columnas con ecuaciones de primer grado.</p>
<p>Posteriormente, utilizando el método algebraico (Imagen 2), ejemplifica cómo se resuelve una ecuación lineal y culmina la actividad 1, ejemplificando cuando la incógnita se encuentra en ambos miembros de la igualdad.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="color: blue; font-weight: bold;">La incógnita solo se encuentra en un lado o miembro de la igualdad</p> <p>Como ejemplo resolvamos la ecuación $4x - 9 = 2x + 18$. El proceso de solución es el siguiente:</p> <p>1. Colocar del lado izquierdo de la igualdad, a la incógnita y del lado derecho los valores numéricos, con operaciones opuestas. $4x - 9 = 2x + 18$ $4x - 2x = 18 + 9$</p> <p>2. Reducir términos semejantes. $2x = 27$</p> <p>3. Trasponer los términos con operación opuesta. Se tiene la solución. $x = \frac{27}{2} = 13.5$</p> <p>4. Se comprueba, para ello se sustituye el valor encontrado en la ecuación inicial y si satisface la igualdad entonces el valor encontrado es el correcto. $4(13.5) - 9 = 2(13.5) + 18$ $54 - 9 = 27 + 18$ $45 = 45$</p> </div> <p style="text-align: center;">Imagen 2. Pasos para resolver una ecuación de primer grado.</p>

En la actividad 2, se establecen los pasos para graficar mediante la tabulación (imagen 3), una ecuación que se construye a través de un problema, posteriormente, se explica en el texto lo que es una función lineal de la forma $f(x) = ax + b$ y describe la forma cómo se le puede dar solución a un problema que involucre una ecuación lineal, utilizando el método gráfico.

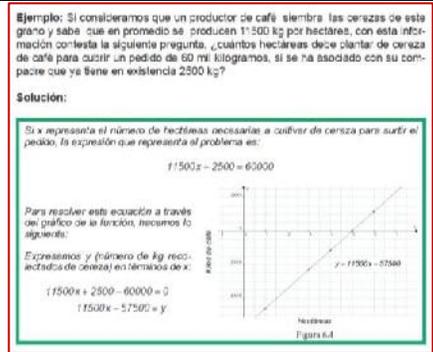


Imagen 3. Grafica de una ecuación de primer grado

Dentro de la actividad 3, se le hace saber al estudiante que ha quedado demostrado y se le ha hecho saber: la relación existente entre una ecuación y una función lineal, por lo que se les propone a los estudiantes consolidar el dominio de dicha relación. Esto, se promueve proponiendo problemas en los que el estudiante debe primero realizar la ecuación correspondiente, realizar una tabulación, graficarla y mediante la visualización grafica dar respuesta a las preguntas planteadas. Dentro de la actividad número 4, que es la penúltima del Bloque, se pide a los estudiantes formar equipos de 3 y realizar un tríptico comercial, resultado de la investigación sobre la producción y consumo del café en México. El tríptico deberá contener al menos tres ecuaciones y tres gráficos de funciones lineales, que representen partes del proceso ya sea de cultivo, producción o venta de dicho grano.

Por último, en la actividad 5, se presentan las listas de cotejo (imagen 4), con las cuales será evaluado el tríptico comercial elaborado, así como también para evaluar el producto de aprendizaje. Finaliza el bloque, evaluando las competencias genéricas desarrolladas junto con los atributos seleccionados de éstas, para ello, la evaluación obtenida por cada estudiante estará en una escala que utilice una ponderación alta, media o baja.

A - Alto (Desarrollado)		
M - Medio (Faltó en varios desarrollos)		
B - Bajo (No lo ha desarrollado)		
Competencias genéricas	Atributos	Nivel de avance
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.	Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.	
6. Utiliza las tecnologías y propone soluciones a problemas a partir de métodos creativos	Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.	
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida	Define metas y da seguimiento a sus planes de aprendizaje en el aprendizaje. Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.	
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos	Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.	

Imagen 4. Lista de cotejo.

Por otro lado, el libro de texto propuesto por la UAGro está compuesto por tres Unidades de competencia, y el tema de ecuaciones de primer grado lo desarrolla en la Unidad de competencia II. Da a conocer el texto las competencias genéricas a desarrollar y las categorías de las cuales forman parte éstas, es obligado mencionar que no se establecen

cuáles atributos, de dichas competencias genéricas, fueron seleccionados para ser desarrollados por los estudiantes, pero sí establece las competencias disciplinares a desarrollar y descritas anteriormente. Son 11 las actividades de aprendizaje que integran la Unidad de competencia II, siendo estas muy cortas, mediante las cuales se aborda y desarrolla el tema de ecuaciones de primer grado. El desarrollo del tema de ecuaciones de primer grado en libro de texto de la UAGro, se presenta en la tabla 2.7.

Tabla 2.7. Desarrollo del programa de estudio en el libro de texto propuesto por la UAGro.

En la actividad 1 se les solicita a los estudiantes que consulte, escriba y socialice los conceptos de igualdad, identidad, ecuación, solución de una ecuación, constante y variable, dentro de la actividad 2, se pide a los alumnos escribir una reflexión sobre las propiedades de las igualdades: reflexiva, simétrica y transitiva, dadas a conocer en el texto y aporta referencias bibliográficas y electrónicas en donde el alumno puede profundizar en sus conocimientos. En la actividad 3 se pide a los estudiantes interpretar una situación planteada y les solicita dar respuesta a las interrogantes emanadas de dicha situación, utiliza la misma dinámica en la actividad 4 y da a conocer en esta actividad 7 consideraciones o recomendaciones que se deben de tomar en cuenta para dar solución a ecuaciones de primer grado con una variable, como pueden ser: la interpretación del enunciado del problema, analizar la solución algebraica, aplicar las propiedades de las igualdades ya descritas, entre otras.

Es en la actividad 5, (como se observa en la imagen 5), se propone la solución de ecuaciones de primer grado con una variable mediante la ejemplificación y a través de una serie de pasos, en estos pasos se dan a conocer la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma, la propiedad asociativa de la suma, la uniforme de la suma y existencia del inverso aditivo, la del inverso multiplicativo, así como la propiedad del inverso multiplicativo.

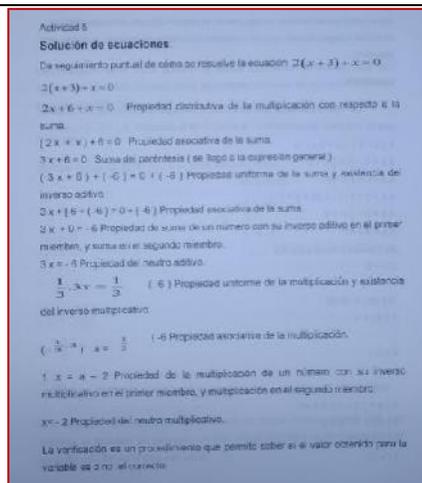


Imagen 5. Solución de ecuaciones lineales con una variable.

En la actividad 6, se le solicita al alumno poner en práctica, mediante la resolución de un ejercicio, los pasos utilizados para dicho propósito, utilizados en la actividad anterior. En esta actividad se menciona la solución única, solución vacía y e infinitas soluciones (Imagen 6), como los tres tipos de solución que puede presentar una ecuación de primer grado. Las actividades 7, 8 y 9 explican y ejemplifican estos tres tipos de soluciones.

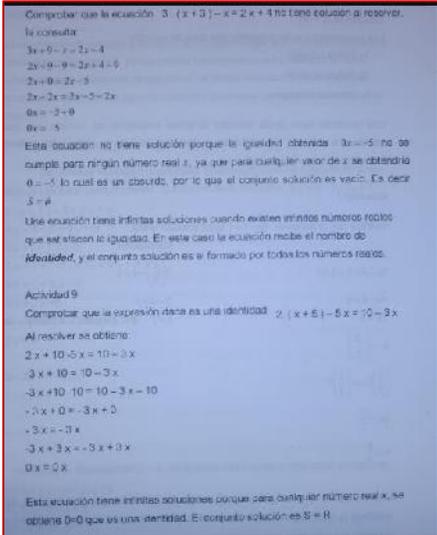


Imagen 6. Ejemplificación del tipo infinitas soluciones.

Dentro de la actividad 10 se da a conocer y se desarrolla de manera explícita, cómo algunas ecuaciones que no son lineales pueden llevarse a ese ámbito, mediante transformaciones algebraicas, mencionando el caso de las igualdades en las aparecen expresiones algebraicas irracionales y propone que antes de comenzar la resolución se deben de buscar el o los valores que anulen los divisores.

En la última actividad, que es la 11, propone resolver una ecuación en la que se incluye un término cuadrático en un miembro de la igualdad (imagen 7), mientras que, en el otro, mediante el producto de una operación algebraica, se produce el término cuadrático y que al dar solución a la ecuación termina por anularse dicho término, resultando una ecuación lineal

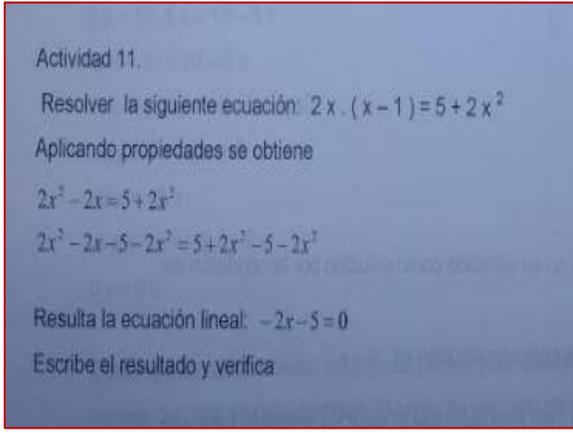


Imagen 7. Ecuación de 2º grado reducida a una ecuación lineal.

Finaliza el texto la unidad de competencia II, con la propuesta de 65 ejercicios de autoevaluación para el estudiante, dividido en tres bloques, en los que los que los alumnos deben de poner en práctica lo aprendido en las 11 actividades desarrolladas, y así dar solución a lo planteado.

Es imperativo mencionar que a diferencia de las actividades desarrolladas en el texto propuesto por la DGB, en el texto de la UAGro no se aborda el método gráfico, ni aún cuando se ejemplifica con la solución única, solución vacía e infinitas soluciones, referidas en la actividad 6 y ejemplificadas en las actividades de trabajo 7, 8 y 9.

La forma de abordar el tema de ecuaciones de primer grado tanto en el libro de texto propuesto por la DGB como en el de la UAGro, se da por establecido que el estudiante ha adquirido los conocimientos matemáticos necesarios para resolver ecuaciones de este tipo. Sin embargo, la realidad observada en el aula en nuestro quehacer docente evidencia que nos es así. Al respecto Maffey (2006), estableció un contraste entre la situación actual y real de lo que sucede en las aulas y lo pretendido por las instituciones educativas, señalando que los profesores realizan la enseñanza del tema de las ecuaciones lineales con base en el enfoque dado por las instituciones de la EMS, por lo que no se logran los aprendizajes esperados enmarcados en los programas de estudio pues los aprendizajes logrados son muy pobres. De nueva cuenta se presenta la necesidad de realizar diseños usando estrategias didácticas para la enseñanza-aprendizaje de ecuaciones de primer grado, con el propósito de atender las dificultades presentadas por una mayoría de estudiantes.

CAPÍTULO 3

3. Marco conceptual y metodología de investigación

En este capítulo se presentará el objeto matemático de interés en este trabajo de investigación, es decir, la ecuación de primer grado, por lo que será importante conocer su composición, sus diferentes formas de abordar la mismas y conocer algunos de los métodos y técnicas de resolución, con el fin de poder seleccionar al menos dos éstos y con ello diseñar y aplicar planes de clase a través de una intervención didáctica, cuyo objetivo final será atender de la mejor manera la problemática relacionada con las dificultades en la resolución de ecuaciones.

3.1 Elementos y componentes de una ecuación de primer grado

El término “ecuación”, se puede establecer de manera general como “una igualdad entre dos expresiones algebraicas”. En este sentido refiere Andonegui (2007), que una **ecuación** es “una igualdad aritmética en la que hay algún número desconocido”, el símbolo que “esconde” ese número desconocido se le denomina “**incógnita**”. Para resolver de manera correcta una ecuación primero se tendría que encontrar el valor numérico de la incógnita, después, sustituir la incógnita por el valor numérico hallado y, por último, verificar la igualdad aritmética inicial.

Una ecuación está integrada por **miembros**, que son los que se ubican a ambos lados del signo “=”, en este caso si $6t + 4 = 2t - 5$ fuera nuestra ecuación, el miembro izquierdo estaría representado por $6t + 4$, mientras que el miembro derecho estaría conformado por $2t - 5$. Dentro de cada miembro se encuentran los **términos**, que son las expresiones separadas por los signos “+” ó “-“, utilizando el ejemplo de la ecuación anterior, el miembro izquierdo $6t + 4$ estaría conformado por dos términos, siendo uno de ellos $6t$ y el otro término, el número 4, mientras que en el miembro derecho $2t - 5$, sus términos serían $2t$ y 5. Los términos, algunos de ellos, poseen su **coeficiente** numérico y su **parte literal**, en este caso, para el término $6t$, su coeficiente numérico sería 6 y su parte literal estaría representada por la letra t , si un término cualesquiera estuviese representado solo por n , el valor del coeficiente numérico sería 1 y la parte literal sería n .

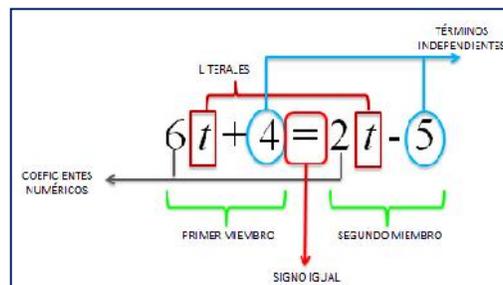


Imagen 1. Elementos y componentes de una ecuación de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.

Por lo tanto, con lo anteriormente descrito, podremos referir con nuestras propias palabras las siguientes definiciones:

Ecuación: Representa una igualdad entre dos términos algebraicos.

Incógnita: Letra o símbolo que esconde un valor numérico desconocido.

Término Independiente: Valor numérico único, que lo hace constante.

Coefficiente numérico: Valor numérico que acompaña a la incógnita.

3.2 La utilización de la x en las matemáticas

Es sabido que cuando se referencia a algún tema matemático, como por ejemplo ecuaciones, la letra x viene a nuestra memoria casi de manera inmediata, ya sea por regla o por costumbre, tradicionalmente se utiliza dicha letra para representar a cualquier incógnita en una ecuación, pero ¿Cómo se llegó a esto?, ¿De dónde viene esta costumbre? Andonegui (2007), menciona que no es reciente dicha utilización y que tiene siglos de antigüedad, incluso viene desde los árabes. El trabajo con ecuaciones tanto su planteamiento como su resolución viene desde las culturas babilónica y egipcia, posiblemente desde el cuarto milenio antes de Cristo (Kline 1992). Se ha supuesto que la escritura de éstas no era de la forma simbólica y reducida como actualmente se nos presenta, se presume que el planteamiento la ecuación consistía en “echar el cuento” de lo que había que hacer con el valor desconocido: ya sea multiplicar o sumar por alguna cantidad y con ello aproximarse a la posible solución.

El término para designar el valor desconocido variaba de una cultura a otra, pero a partir de cierto momento fue designado habitualmente como “*la cosa*”. Andonegui (2007).

“*La cosa*” en latín se dice “*res*” (de ahí viene la palabra república, “*res publica*”, “*la cosa pública*”, aunque algunos gobernantes la convirtieron en “*la cosa de ellos*”...). En árabe, se le conoce como *xai*. Es entonces que la letra inicial x , como abreviatura de *xai*, pasó a convertirse en el símbolo que representaba a la cosa desconocida, es decir, la incógnita. Cabe resaltar que los árabes fueron los que iniciaron el uso de la x en nuestras ecuaciones. De modo que la costumbre de utilizar la letra x para representar la incógnita de la ecuación ha trascendido al campo de la matemática y hoy en día sirve para referirse a lo desconocido de la misma.

3.3 Métodos para resolver una ecuación de primer grado

La importancia de este trabajo de investigación reside en la realización de una intervención didáctica en la que se diseñen estrategias para la resolución de ecuaciones de primer grado, esto, para atender la problemática que se presenta en alumnos que ingresan a la preparatoria 17 de la UAGro, relacionada con dificultades al resolver ecuaciones de primer grado. Para realizar esta tarea es importante conocer y presentar algunos métodos que se han utilizado para encontrar el valor numérico de la incógnita en una ecuación lineal, se partirá por presentar los métodos propuestos en Andonegui (2007).

3.3.1 Método intuitivo

Este método es aplicable para ecuaciones sencillas; por ejemplo, para resolver una ecuación como $6 + m = 10$, basta recordar las tablas de la suma o, simplemente, contar desde 6 hasta 10 y deducir que m debe ser igual a 4. O bien para el caso de $3x + 8 = 7x$, es fácil percibir que, $3x + 4x$ es igual a $7x$, entonces 8 debe corresponder a $4x$ ($8 = 4x$), con lo que x debe valer 2. En ambos casos prevalece **una visión integral de la ecuación como un todo**, como una relación de igualdad que comprende todos los términos de los dos miembros, y no sólo una visión aislada de la incógnita. Por esta razón, este método es perfectamente válido y no debe desdeñarse, aun cuando en este proceso de resolución sea posible no escribir el proceso y que, al resolverse algunas veces se limite a describir verbalmente el proceso seguido

3.3.2 Método de ensayo y ajuste (tanteo razonado)

En este método interesa asignar un valor inicial a la incógnita, sustituirlo en la ecuación, observar si ambos miembros de la ecuación toman el mismo valor, y decidir en consecuencia. Por ejemplo, al resolver la ecuación $5x - 7 = 3x + 5$, obtenemos los datos de la tabla siguiente:

Tabla 3.1. Comparación de valores por tanteo razonado

Valor de la incógnita	Valor del miembro izquierdo	Valor del miembro derecho	Diferencia entre miembros
3	8	14	6
4	13	17	4
5	18	20	2
6	23	23	0

Nota: Adaptado de «Introducción al Álgebra», 2007, p. 18. Caracas, Venezuela: Federación Internacional Fe y Alegría. 2007 de Martín Andonegui Zavala.

Como se observa en la tabla, la diferencia entre los miembros de la igualdad se reduce en 2 unidades numéricas cada vez que se aumenta el valor de la incógnita, tomando al número 3 de inicio e incrementado éste en una unidad numérica. En este caso la igualdad entre miembros se cumple cuando a la incógnita se le asigna el valor numérico de 6, por lo que se puede deducir que $x = 6$, con ello, la ecuación quedaría resuelta ya que se ha encontrado el valor numérico de la incógnita.

3.3.3 Métodos de despeje

Como bien se ha señalado, la tarea de resolver una ecuación termina cuando se obtiene el valor de la incógnita; es decir, cuando se llega a una expresión como $x = 8$. En esta última expresión, la incógnita, debe estar sola, “despejada” de cualquier otro término y de cualquier otro coeficiente excepto 1. Por consiguiente, es lógico pensar en un método que parta de la ecuación original y que, mediante una cadena de ecuaciones equivalentes obtenidas por la aplicación de transformaciones válidas, nos lleve a una expresión en la que

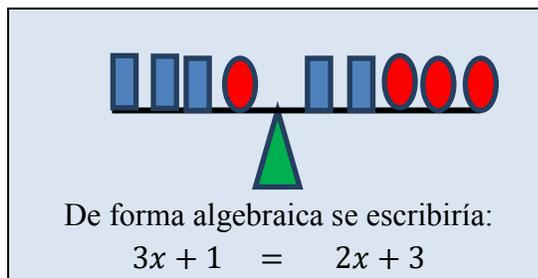
la incógnita aparezca despejada. Y resulta natural identificar a este proceso como el método de despeje. (mostrar ejemplo)

3.3.3.1 La técnica de la balanza

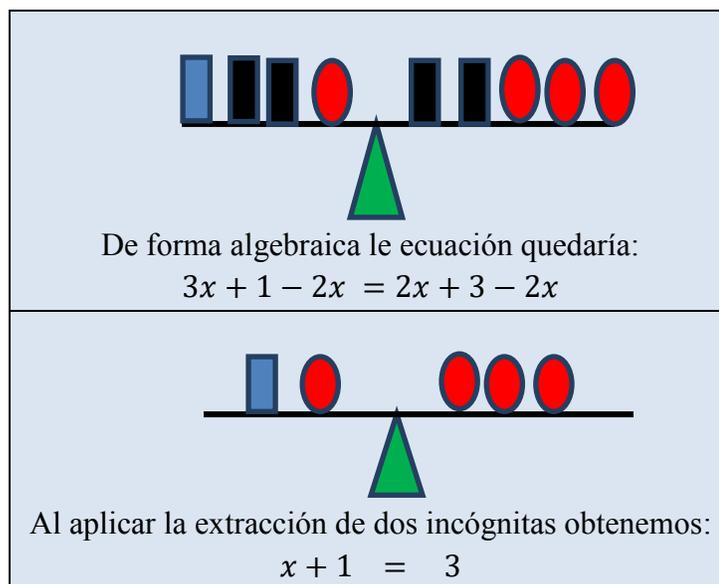
Se considera la ecuación $3x + 1 = 2x + 3$, en la que los términos numéricos y los coeficientes de la incógnita son todos positivos. Podemos representar esta situación mediante una balanza en equilibrio (imagen de la igualdad), en la que cada platillo simboliza un miembro de la ecuación; y para representar los términos utilizamos, por ejemplo, un rectángulo azul para cada x y una elipse roja para cada unidad numérica.

La expresión pudiera quedar representada de la siguiente manera:

Para representar los términos utilizamos, un rectángulo azul para cada x y una elipse roja para cada unidad numérica.



Despejar la incógnita significa quitar de ambos miembros, en cada paso, la misma cantidad de cualquiera de los dos objetos dibujados. Esta condición es necesaria para mantener el equilibrio de la balanza. Por ejemplo, se extraen dos “incógnitas” (rectángulos de color negro), con lo que llegamos a:



En el segundo paso, se extraen dos unidades (elipses de color negro)

De forma algebraica le ecuación se representa:
 $x + 1 - 1 = 3 - 1$

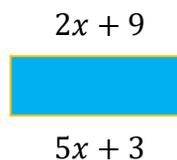
Al aplicar la extracción de dos unidades obtenemos:
 $x = 2$

Finalmente, la equivalencia en “peso” de los objetos que se encuentran en ambos miembros, muestra que un rectángulo equivale a dos elipses, de modo que el rectángulo representa a la x (incógnita), y las elipses representan las unidades numéricas, por lo que $x = 2$.

La técnica de la balanza resulta útil para manipular y captar visualmente las transformaciones que afectan a cada miembro de la ecuación y la cadena de ecuaciones equivalentes que llevan a la solución. Su limitación consiste en que los términos numéricos y los coeficientes de la incógnita deben ser todos positivos.

3.3.3.2 La técnica del gráfico transformacional

Se denomina así al procedimiento que se desencadena a partir de la ecuación inicial, las operaciones que se aplican en cada paso llevan a encontrar ecuaciones equivalentes que se van generando. Así, para la ecuación $2x + 9 = 5x + 3$, se parte de su representación inicial, con base en un rectángulo se colocan cada uno de los miembros, uno encima y otro debajo de los lados horizontales del rectángulo



El orden de aplicación de las transformaciones puede variar, es decir, se puede comenzar la operación restando las 3 unidades, o bien, restando $2x$. Cada eslabón rectangular contendrá los pares de miembros que forman las sucesivas ecuaciones equivalentes hasta

llegar a la solución. A diferencia de la técnica de la balanza, ahora ya no es limitación que todos los términos numéricos sean positivos. Incluso, se podrán resolver ecuaciones que sean de la forma $ax + b = cx + d$, la cual interesa atender en este trabajo de investigación.

La resolución de esta ecuación quedaría representada de la manera siguiente:

Paso 1: representar la ecuación $2x + 9 = 5x + 3$, en un rectángulo, y con una flecha delante de éste indicar la operación a realizar.

$$\begin{array}{c} 2x + 9 \\ \text{[rectángulo]} \\ 5x + 3 \end{array} \xrightarrow{-2x}$$

Paso 2: Restar $2x$ a ambas expresiones.

Por lo que:

$$\begin{array}{c} 9 \\ \text{[rectángulo]} \\ 3x + 3 \end{array}$$

Paso 3: Restar 3 a ambas expresiones del último rectángulo.

$$\begin{array}{c} 9 \\ \text{[rectángulo]} \\ 3x + 3 \end{array} \xrightarrow{-3}$$

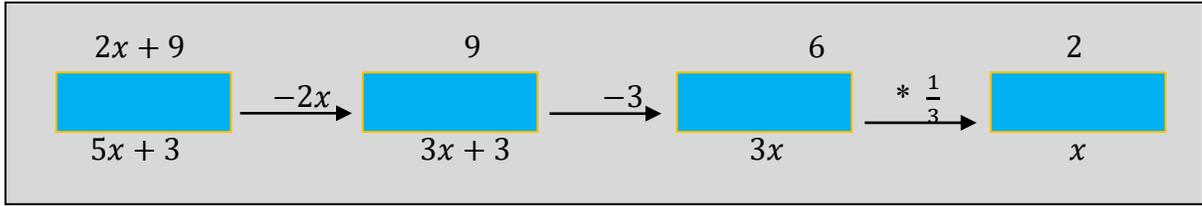
Por lo que:

$$\begin{array}{c} 6 \\ \text{[rectángulo]} \\ 3x \end{array}$$

Paso 4: Multiplicar ambas expresiones por $\frac{1}{3}$.

$$\begin{array}{c} 6 \\ \text{[rectángulo]} \\ 3x \end{array} \xrightarrow{* \frac{1}{3}}$$

Por lo que finalmente:



La solución de la ecuación es cuando el valor de la incógnita es 2, $x = 2$

3.3.3.3 La técnica simbólica habitual

La técnica de despeje que se utiliza habitualmente en la resolución de una ecuación de primer grado es una simplificación de la técnica transformacional anterior, en el sentido de que únicamente se presenta la cadena de ecuaciones equivalentes, en su forma simbólica, sin indicar explícitamente la transformación que se lleva a cabo en cada paso.

Si se utilizara esta técnica en nuestra ecuación anterior, $2x + 9 = 5x + 3$, sería:

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2x + 9 = 5x + 3 \\ (2) \quad & 2x + 6 = 5x \\ (3) \quad & 6 = 3x \\ (4) \quad & 2 = x \end{aligned}$$

Con frecuencia suele sustituirse el procedimiento de las transformaciones por reglas mecánicas sin mayor sentido. Por ejemplo: de la ecuación (1) se pasa a la ecuación (2), donde ya no se observa el 3, que estaba en el segundo miembro. Esto sucede porque se conoce de manera mecanizada que cuando se desea eliminar un término de algún miembro, pasa al otro, con signo contrario al que inicialmente poseía. Es decir, “el 3 que está sumando de un lado pasa restando al otro lado”; para pasar de la ecuación (2) a la (3) sucede exactamente lo mismo porque: “el $2x$ que está sumando del lado izquierdo, pasa restando al otro lado”. Es necesario que, para dar solución a la ecuación inicial, la incógnita debe quedar sola (despejada) en uno de los lados de la igualdad, es así que, por último, cuando de la ecuación (3) se pasa a la (4) es necesario que “el 3 que está multiplicando a la incógnita pase dividiendo al otro lado”, solucionando así la ecuación. Estas reglas suelen mecanizarse y suelen utilizarse de la manera por todos conocidas como:

- lo que está sumando de un lado, pasa restando del otro lado.
- lo que está restando de un lado, pasa sumando del otro lado.
- lo que está multiplicando de un lado, pasa dividiendo del otro lado.
- lo que está dividiendo de un lado, pasa multiplicando del otro lado.

Sin duda, estas “reglas” no deben ser abordadas en clase, en todo caso debiera de darse a conocer el procedimiento completo y que el alumno pueda comprender esta dinámica por descubrimiento propio y como una conclusión práctica y posterior de su trabajo aplicando las transformaciones correspondientes. Sólo si se guarda este orden se evitarán las frecuentes dificultades en la resolución de ecuaciones de primer grado.

3.3.4 El tanteo formalizado: la regla “falsa” o de la “falsa posición”

El apelativo de regla “falsa”, proviene del acto de proceder por tanteo, de adelantar una posible solución (generalmente “falsa”, con respecto a la correcta), luego otra próxima (casi siempre también “falsa”), comparar algunos resultados y generar a partir de ahí la solución correcta.

Si se retoma la ecuación que se utilizó en el método de ensayo y ajuste, es decir,

$5x - 7 = 3x + 5$. Con el método mencionado para los valores 3 y 4 asignados a x , se obtuvo lo siguiente: para $x = 3$, $5(3) - 7 = 3(3) + 5$, obteniendo $8 = 14$, valores respectivos de los miembros de la izquierda y de la derecha. Para $x = 4$, se obtuvieron los valores 13 y 17, es decir $13 = 17$, las diferencias obtenidas en ambos casos, como se observa, son de 6 y 4 respectivamente, pero realmente no tendría que haberse completado la tabla hasta llegar a tener una diferencia entre miembros de cero. Con los dos primeros ensayos ($x = 3$ y $x = 4$) bastaría para haber calculado la solución de la ecuación.

Veamos:

Tomando la ecuación antes mencionada $5x - 7 = 3x + 5$.

Valor de la incógnita	Valor del miembro izquierdo	Valor del miembro derecho	Diferencia entre miembros
3	8	14	6
4	13	17	4
5	18	20	2
6	23	23	0

1

2

Estamos en presencia de una *situación proporcional*: cada vez que x aumenta una unidad, la diferencia entre miembros decrece dos unidades.

¿Cuántas unidades deberá aumentar x para que la diferencia entre miembros se anule (sea cero)?

Se podría realizar esta previsión mediante la regla de proporcionalidad.

Aumento Valor x	Dif. entre miembros
1	2
a	6

$$a = \frac{6 * 1}{2} = 3$$

Es decir, la incógnita debe aumentar 3 unidades a partir de su valor inicial, 3. Por lo tanto, la solución de la ecuación es $x = 6$. Cuando x experimenta un aumento de una unidad, la diferencia numérica del resultado en ambos miembros al experimentar x ese incremento, es de 2 unidades, tomando el valor de la diferencia entre miembros del valor inicial de $x = 3$, que es 6, podemos calcular el número de unidades que debe incrementar la incógnita a partiendo de su valor inicial y con ello, resolver la ecuación.

Este método elude todo procedimiento de despeje y se basa en la proporcionalidad presente entre los valores que toma la incógnita y los correspondientes de la diferencia que se origina entre los valores de ambos miembros de la ecuación.

Otro de los métodos, que no se plantea en Andonegui (2007), pero que es importante retomarlo, es la forma de poder encontrar la solución de una ecuación de primer grado representándola gráficamente en el plano cartesiano.

3.4 Método gráfico

Cantoral y Montiel (2001), definen que una función es una relación entre variables tal que cada valor de la primera variable (variable dependiente) le corresponde sólo un valor de la segunda variable (variable independiente). Si x representa la variable independiente y describe a la variable dependiente y , representándose como $y = f(x)$, queda establecido el hecho de que la variable y está en función o depende de los valores que pudiese adoptar x . Dado que el interés de esta investigación es el de trabajar con el tipo de ecuación lineal de la forma $ax + b = cx + d$ y retomando que una ecuación es una igualdad entre dos miembros, podemos representar al primer miembro como $y = ax + b$ y al segundo miembro de la ecuación también como $y = cx + d$, por lo que $y = y$, esto con la finalidad de que dichas funciones puedan ser representadas gráficamente. Cabe resaltar que este tipo de ecuaciones son el objeto de atención de este trabajo, hay que recordar que el tipo de ecuación de interés es de la forma $ax + b = cx + d$, y no sistemas de ecuaciones lineales.

Díaz, Haye, Montenegro y Córdova (2015) establecen que:

En lo que se refiere al sistema algebraico, el mismo muestra un aspecto formal, que ofrece un alto grado de precisión en los procedimientos. Sin embargo, puede pensarse que el nivel de abstracción que lo caracteriza puede ser un inconveniente en la comprensión de los conceptos. Por su parte, el sistema gráfico posibilita la formación de representaciones con una apariencia menos formal, más atractiva y posiblemente más amigable para los alumnos.

Con base en ello, se considera importante el método gráfico para poder representar la solución de una ecuación de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$, de la manera como a continuación se describe:

3.4.1 Solución de una ecuación del tipo $ax + b = cx + d$ por el método gráfico.

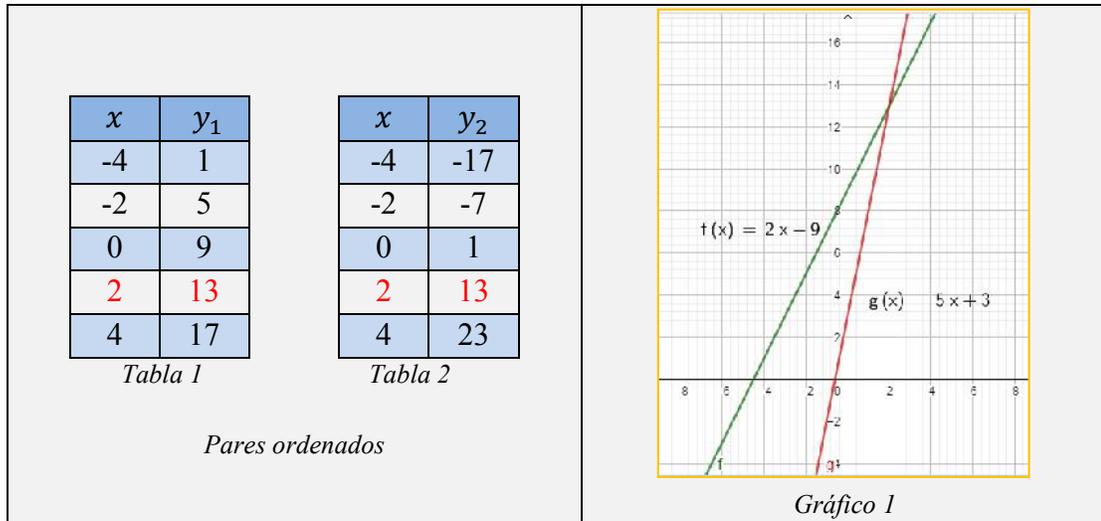
Retomando la ecuación utilizada en la técnica simbólica habitual $2x + 9 = 5x + 3$, se tiene:

$$y_1 = 2x + 9$$

$$y_2 = 5x + 3$$

Cada una de las funciones puede ser representada en el "plano cartesiano" otorgando valores a x .

En este caso se asignarán a x los valores entre -4 y 4 , en intervalos de 2 unidades, ver las tablas 1 y 2.



El valor de la igualdad se cumple cuando la incógnita toma el valor numérico 2, por lo que el valor tanto para y_1 , como para y_2 , es 13. Al representar los pares ordenados de la tabla 1 y 2 en el plano cartesiano se forman coordenadas, representadas por puntos, que al unirlos, es posible trazar dos rectas. Observando el *gráfico 1*, se puede apreciar que dichas rectas solo se interceptan en un punto. El punto único de intersección generado a partir de la graficación de las funciones y_1 y y_2 se podría definir como: “el valor de la variable x , que hace verdadera la ecuación”, en este caso la solución de la ecuación es $x = 2$.

De los métodos de resolución de ecuaciones presentados anteriormente, interesa retomar tres de ellos para el diseño, aplicación y validación de nuestra intervención didáctica, considerando además lo establecido por Socas, Camacho y Hernández (1998), quienes proponen un modelo de enseñanza del álgebra en términos de traducción con los cuatro ejes de representación: habitual, aritmético, algebraico y geométrico. Con base en ello en la intervención didáctica se considerarán: la técnica del gráfico transformacional, la técnica simbólica habitual y el método gráfico.

3.5 La intervención didáctica

Como bien se ha señalado, el objetivo de este trabajo es atender la problemática de los estudiantes de nuevo ingreso en la preparatoria 17 de la UAGro, quienes presentan dificultades en la resolución de ecuaciones de primer grado. Ahora bien, de los métodos presentados en este capítulo y con base en las necesidades propias de los estudiantes y de acuerdo con lo estipulado en el programa de estudios, se retomarán algunos métodos de despeje, específicamente la técnica del gráfico transformacional y la técnica simbólica habitual y a la par el método gráfico, todo ello para integrar la propuesta de intervención didáctica, de modo que los métodos permitan complementarse entre sí.

El término intervención didáctica se entenderá como la actuación del profesor desde una postura de mediador y de ayuda para lograr el aprendizaje del alumno, puede tener unos

matices extremos desde la ayuda, estímulo y cooperación con el alumno en su aprendizaje, hasta la intervención directiva en la que no permite la participación del alumno en el proceso de enseñanza y se limita a fiscalizar e inspeccionar desde su autoridad como profesor. La intervención del profesor posee diferentes vertientes que se materializan en un estilo determinado de enseñar, en una técnica de enseñanza, en un recurso aislado de intervención o en una estrategia de abordar la enseñanza desde la práctica. Alguacil, A. y Delgado M. (2007),

En este sentido, Pérez (2014), establece que la intervención de las prácticas escolares no cuentan aún con un referente o un significado preciso, aunque podrían considerarse preliminarmente como un proceso amplio y complejo surgido desde los docentes y su trabajo, en el cual, teniendo como constante la reflexión de la práctica (acciones, relaciones y significaciones), se busca detectar problemáticas integradas a la misma, explicarlas causalmente y buscarles alternativas de cambio o transformación bajo una perspectiva innovadora. Otra noción señalada por Pérez (2014), establece que:

La intervención del profesor, al igual que ocurre con cualquier otra práctica social, es un auténtico proceso de investigación. Diagnosticar los diferentes estados y movimientos de la compleja vida del aula, desde la perspectiva desde quienes intervienen en ella, elaborar, experimentar, evaluar y redefinir los modos de intervención en virtud de los principios educativos que justifican y validan la práctica y de la propia evolución individual y colectiva de los alumnos, es claramente un proceso de investigación en el medio natural.

La finalidad central o estratégica del proceso de intervención es el cambio o la transformación de la práctica, la búsqueda o la perspectiva de la innovación por medio de la cual los estudiantes logren el aprendizaje. Es la actitud de regresar a las acciones educativas a partir de la reflexión, para conocer su sentido y su significado y desde ahí iniciar el proceso de búsqueda y transformación. Pérez (2014).

Por otro lado, Arnaus y Contreras (1993), establecen que:

Al profesorado lo que le preocupa no es tanto el saber más sobre la enseñanza, sino cómo mejorarla. El plan de indagación sistemática y pública que debiera ser la investigación en la acción sólo puede defenderse por su relación con la propia acción educativa, por su capacidad para mejorar la práctica educativa que ocurre en las aulas y en los centros. Es decir, las actividades de investigación debieran ser en sí mismas actividades educativas que eduquen a los implicados que ocurren en el marco de un proyecto educativo que forma parte de este.

En términos prácticos se puede interpretar a la investigación en la acción como un proceso cíclico de acción-observación-reflexión-planificación-nueva acción. En definitiva, de lo que se trata es de seguir un continuo proceso de acción y reflexión fundamentado, por el cual la práctica realizada es analizada a la luz de los datos que obtenemos de ella y de nuestras pretensiones. Este ciclo continuo puede desarrollarse con el tiempo y obliga a cuestionar la

práctica tal cual ocurre, así como cuestionar la comprensión de esta y las perspectivas pedagógicas previstas. La noción de *reflexión* es también uno de los aspectos centrales del proceso o la búsqueda de la intervención. Sin embargo, el concepto de reflexión es a simple vista demasiado ambiguo (Pérez, 2014).

Basado en esto, Kenneth (1993), refiere que se ha producido una enorme confusión respecto a lo que en ciertos casos significa la expresión reflexión y otras con ella relacionadas, como la investigación del profesor, la capacitación y la reestructuración. Se ha llegado al extremo de que el conjunto de creencias existentes en la comunidad educativa sobre la docencia, el aprendizaje, la enseñanza y el orden social, se ha incorporado al discurso sobre la práctica reflexiva, vaciando prácticamente de sentido el término reflexión. Los maestros reflexivos evalúan su actividad docente planteándose la cuestión: ¿Me gustan los resultados? y no sólo ¿Se han cumplido mis objetivos? Creo que aquí es donde se precisa con claridad esta práctica reflexiva tendiente a materializar un proceso de investigación en la acción, es decir, un proceso de intervención de la práctica.

Basado en estas interrogantes, sobre la práctica que realiza el docente en el aula, Alguacil, y Delgado (2007), consideran los elementos siguientes en el proceso de enseñanza – aprendizaje Objetivos:

- ¿Por qué enseñar?
- Contenidos: ¿Qué enseñar?
- Actividades: del alumno y del profesor,
- Métodos: (Interacción Didáctica) ¿Cómo enseñar?
- Evaluación: ¿Cómo comprobar la enseñanza?

La planificación de la intervención didáctica (Imagen 2) responde a las preguntas: ¿Por qué enseñar?, ¿Por qué aprender?, ¿Qué enseñar?, y ¿Qué aprender? La realización en el aula en la que se suceden diversas interacciones entre profesor y alumnos responde a la pregunta ¿Cómo enseñar? Y ¿Cómo aprender?, Y dentro de la evaluación se responde a la pregunta ¿Cómo comprobar que el alumno ha aprendido?

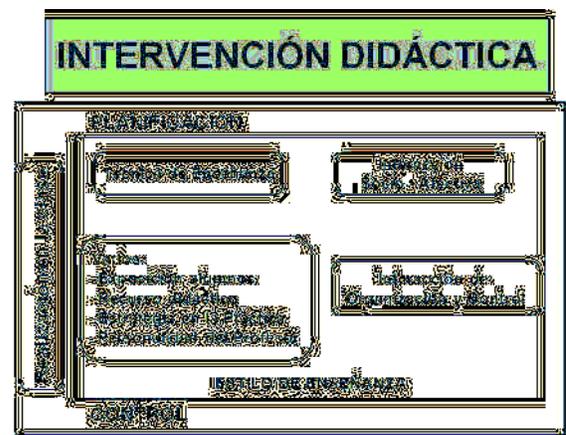


Imagen 2. Elementos que conforman una intervención didáctica.

Al principio de los años ochentas, la noción de práctica reflexiva fue popularizada en los Estados Unidos, en primer lugar, por el trabajo de Schön (1983, 1987), el cual criticó la prevaleciente representación del docente como un técnico. Schön hizo frente a esta noción,

sustituyéndola por la conceptualización del docente como un individuo comprometido, responsable y autónomo en la toma de decisiones, el cual aprende continuamente de sus experiencias y reconstruye la propia a través de la constante introversión (Schön, 1983). El término reflexión caracteriza una forma de pensamiento que acepta la incertidumbre y reconoce los dilemas que se presentan, es decir, se reflexiona cuando aparece un problema, con el que se obliga a indagar.

En esa situación, comentan Liston y Zeichner (1993), el docente piensa, analiza y reflexiona sobre cuáles de sus estrategias fueron las adecuadas, cuáles pueden mejorarse y cuáles fallaron, debido al aprendizaje logrado. El objetivo entonces de la práctica reflexiva es el de lograr un conocimiento y una comprensión profunda que formará la base no sólo para considerar alternativas educativas, sino además para tomar acciones con el fin de mejorar continuamente la práctica a través de la carrera profesional que desarrolle el docente. Abrirse a una mayor variedad de opciones posibles y respuestas que pudieran presentarse en el aula.

Los docentes que practican y ejercen la reflexión se insertan en una espiral de aprendizaje permanente en la cual siempre se presentan situaciones que son observadas, generando con ello un nuevo ciclo de observación, planificación, acción y reflexión que se adaptarán en el nuevo ciclo que iniciará en el aula con la nueva sesión, haciendo con ello las veces de una espiral en forma ascendente en la cual no existe interrupción alguna y logrando con ello una mejora continua en la enseñanza – aprendizaje. Villalobos y Cabrera (2009).

La reflexión supone también reconocer que el proceso de aprender a enseñar se prolonga durante toda la carrera docente del maestro; que, con independencia de lo que hagamos en nuestros programas de formación del profesorado y de lo bien que lo hagamos, en el mejor de los casos, sólo podemos preparar a los profesores para que empiecen a enseñar (Dewey, 1938). Un maestro comprometido con su labor, que identifica errores que los subsana y vuelve a empezar, todo ello para lograr un buen nivel de enseñanza y de aprendizaje se convierte en un docente que practica la reflexión, es un docente reflexivo.

Ramos, E. y Flores, P. (2016), consideran que la reflexión es una cualidad que contribuye al desarrollo profesional, por lo que se le presta atención en el ámbito docente desde hace varias décadas. El término reflexión, usado en la educación está inspirado en las ideas de John Dewey (1910), quien alude al pensamiento reflexivo, basándose en autores como Platón, Aristóteles, Confucio, Lao Tzu, Salomón y Buda. Estas ideas tienen gran repercusión en el ámbito educativo. En su labor cotidiana, la visión de la responsabilidad profesional del docente sufre cambios, haciéndole más partícipe de su formación y esto lo realiza, como lo establecen Ramos y Flores (2016), empleando los problemas que detecta en su práctica, como procesos que le exigen autoformación para darle fundamentación y afianzamiento. Para llevar a cabo con autonomía este proceso se requieren procesos de reflexión.

Con lo anteriormente expuesto, es importante señalar que la intervención didáctica puede ser un producto de la práctica reflexiva que realiza el docente sobre su trabajo, ya que se

parte de la reflexión sobre una problemática detectada, tanto de su práctica docente, como las del aprendizaje de algún tema específico, que los estudiantes reflejan. Debido a ello, este trabajo estará basado en una intervención didáctica de acuerdo con una problemática observada: las dificultades que presentan los estudiantes de nuevo ingreso de la preparatoria 17, al resolver ecuaciones de primer grado. Esto se llevará a cabo en un aula normal de clases, mediante el diseño y aplicación de tres planes de clase, para igual número de sesiones. Es importante señalar que, durante la intervención didáctica, los estudiantes podrían presentar otras dificultades diferentes a las ya observadas en la resolución de ecuaciones de primer grado, si esto sucediese, marcaría la pauta para un nuevo proceso reflexivo en el cual se diseñarían las estrategias adecuadas para atender la nueva problemática observada.

3.6 El plan de clase

La planificación es la principal herramienta para los profesores, pues brindan seguridad y ayudan a optimizar de mejor forma los recursos. Es una ayuda necesaria, una guía y una obligación, ya que sin ella realmente, el improvisar trastocaría la enseñanza, ya que no estarían sistematizados los aprendizajes, no habría coherencia y se generaría la incertidumbre tanto para el docente como para los alumnos. Ander – Egg (1993). establece que:

Planificar es la acción consistente en utilizar un conjunto de procedimientos mediante los cuales se introduce una mayor racionalidad y organización en un conjunto de actividades y acciones articuladas entre sí que, previstas anticipadamente, tienen el propósito de influir en el curso de determinados acontecimientos, con el fin de alcanzar una situación elegida como deseable, mediante el uso eficiente de medios y recursos escasos o limitados.

Una definición larga sin duda, pero muy completa, ya que menciona los conceptos de procedimientos, organización, actividades, propósito, alcanzar y uso eficiente de recursos y medios. Estos son los conceptos y elementos primordiales que caracterizan la planificación. Centrándonos en la definición, elaborar una planificación o trazar un plan para la realización de una clase, anticipar o determinar previamente las diferentes actividades que se aplicarán para el desarrollo de ésta, en la que se establecen los estándares a seguir, logros y metas a cumplir, y la metodología a utilizar para optimizar tanto las capacidades de los estudiantes, como los temas a impartirse.

Figueroa, Aillon y Kloss (2016), establecen que el plan presenta el diseño de una o un conjunto de clases para alcanzar, de manera secuenciada, determinados aprendizajes. Por tanto, delimita los núcleos básicos del aprendizaje, los gradúa, sistematiza y organiza en articulación con las estrategias que permitan alcanzarlos. La programación se llevará a cabo a partir de una secuencia de actividades distribuidas en espacios y tiempos determinados y acordes con el uso de recursos específicos.

El plan de clase, como lo mencionan Figueroa, Aillon y Kloss (2016), es un género que refleja las competencias adquiridas en el transcurso del proceso de formación de la carrera docente. Constituye una síntesis del saber pedagógico en la que se articulan conocimientos disciplinarios con una perspectiva didáctica que señala las directrices de cómo se debe asumir la enseñanza de ciertos contenidos. Esta programación además de ser un mapa de ruta es un referente que permite la reflexión metacognitiva del docente luego de su experiencia de ejecución. Promueve, por tanto, el avance del conocimiento profesional experimental.

El plan puede adquirir diversos formatos de organización de los elementos en la página, sin que estas diferencias afecten su composición semántica y/o pragmática. En cuanto a extensión, en el sistema educativo, los requerimientos varían desde planes muy amplios semestrales, trimestrales o mensuales, hasta otros muy ajustados, clase a clase. Una secuencia amplia y general no permite entrar en detalles respecto a la progresión didáctica de los aprendizajes, mientras que un plan de menor extensión posibilita la descripción de un aprendizaje acotado, especifica un foco de desarrollo y orienta la secuencia de actividades desde lo más simple a lo más complejo, equilibrando las dimensiones teórico/prácticas del diseño en cuestión. (Figueroa, Aillon, y Kloss 2016).

Por otro lado, Sánchez (2016), refiere que la argumentación de la práctica docente permite cobrar conciencia de las acciones que se realizan en el aula y en la escuela; esto y una actitud reflexiva conformarán el camino a la mejora de una intervención y resultados educativos. Y establece lo que un docente debe de conocer:

- Conocimiento de los alumnos y su contexto.
- Dominio curricular.
- Diseño didáctico.
- Reflexión sobre la práctica.
- Evaluación del aprendizaje

Las capacidades esenciales para poder realizar una intervención exitosa son la planificación y la argumentación, Sánchez (2016) sostiene que *la planeación didáctica argumentada es un plan de clase* donde el maestro justifica y arguye las variables asentadas en él.

3.7 Elementos que componen un plan de clase

Cada uno de los componentes que un plan de clase debe poseer, Sánchez (2016), establece que debe ser motivo de un acto reflexivo, más consciente que nunca, considerando y teniendo en cuenta lo que el docente conoce de sus alumnos y de los propósitos del programa. Siendo éstos los siguientes:

Propósito: Se refiere a lo que el docente desea lograr en términos de aprendizaje de sus alumnos; aquí se considerarán completamente los propósitos educativos contemplados en los planes y programas, ya sea en términos de aprendizajes esperados, competencias o propósitos de cada una de las asignaturas, según sea el caso.

Actividades: Las acciones que proponga para su planeación deben considerar tres momentos. Lo importante de esta fase es que, para las actividades, tome en cuenta el contexto del grupo, lo que los alumnos ya saben de lo que desea promover y la forma en la que lo aprenden mejor; es decir, lo que conoce acerca del entorno, el desarrollo y aprendizaje de sus alumnos. Otro asunto que debe estar presente en estas acciones es el enfoque de la asignatura en cuestión.

Recursos materiales: El uso del libro de texto, las láminas, el cuaderno, las fichas, las sustancias, etc. Los recursos materiales son muy valiosos cuando el docente tiene claridad en lo que desea promover y la forma en que lo presenta a los alumnos.

Organización: Este componente es determinante para el aprendizaje de los alumnos ya que define la forma de intercambiar y de comunicarse entre ellos. No existe la misma interacción en una asamblea que en un trabajo en parejas, por ejemplo: cada forma de organización debe ser considerada al planear la clase.

Espacio: En el salón de clases, las instalaciones educativas, el laboratorio y la localidad tienen características particulares y únicas. Decidirse por uno o más de estos espacios tiene una razón en el diseño didáctico.

Tiempo: el docente conoce a sus alumnos y tiene claro lo que realizarán en clase, por lo tanto, no debe ser difícil justificar la pertinencia de elegir ese tiempo para las actividades que se van a realizar.

Evaluación: Para poder realizar una evaluación apegada a la realidad de la situación con la que se trabaja en el aula, en el plan de clase se deben considerar los siguientes aspectos:

- ✓ **Momentos** Constatar los avances y dificultades de sus alumnos es algo que se debe de hacer en los distintos momentos de la clase (inicio, desarrollo y cierre).
- ✓ **Criterios:** Lo que debe observar se relaciona por completo con las capacidades implícitas en las competencias del programa, y los aprendizajes esperados que se consideraron para la clase.
- ✓ **Instrumentos:** Con lo que trabajarán los alumnos para demostrar lo que aprenden: reactivos, ejercicios, gráficas, dibujos, cuestionarios, protocolo de observaciones, problemas, resúmenes, etc.

Conociendo los componentes que debe de poseer un plan de clase y dado que el interés nuestro está enfocado en la realización de una intervención didáctica que será diseñada para tres sesiones de clase y aplicada con estudiantes de nuevo ingreso a la Preparatoria 17. A continuación se presenta el siguiente formato que se ha diseñado con base en las recomendaciones descritas en este capítulo.

Sesión	1			
Fecha de aplicación	Duración (minutos)	Momentos	Actividades por realizar	Evidencias de aprendizaje
		Inicio	Objetivo de la actividad: Profesor: Estudiante:	
		Desarrollo		
		Cierre		

Es pertinente mencionar, ya que forman una parte importante del plan de clase, los momentos de inicio desarrollo y cierre. Sánchez (2016), establece que la evaluación debe considerar distintos aspectos a lo largo de los momentos establecidos, ya que la finalidad de cada uno es diferente.

Inicio: Se considera observar a los estudiantes, frente a grupo, plantear algunas preguntas o proponer un ejercicio inicial del tema, para reconocer de forma más cercana y actualizada lo que ya saben (conocimientos previos).

Desarrollo: Poner atención a la forma en que están ocurriendo las acciones planificadas, si se deben hacer ajustes sobre la marcha, centrar la atención en algún estudiante, etc.

Cierre: En este momento la evaluación destaca lo aprendido, el avance o las dificultades que mostraron los alumnos y la actuación del docente, con la evaluación se sacan conclusiones, se verifican logros, se reconocen con más detalles formas, ambientes y estilos de aprendizaje de los alumnos.

CAPÍTULO 4

4. Elaboración y aplicación del plan de clase

En este capítulo se presenta el diseño y aplicación de una intervención didáctica estructurada en tres sesiones, las que se consideran necesarias para atender la problemática planteada al inicio de este trabajo de investigación. Cabe señalar que la aplicación de la intervención didáctica se trabajó con estudiantes de nuevo ingreso que cursaban el primer grado del nivel del NMS, el tema de interés fue la resolución de ecuaciones de primer grado del tipo $ax + b = cx + d$, con números enteros. En particular se atendió la operatividad con números negativos con base en el uso de las técnicas del gráfico transformacional, la simbólica habitual, ambas propuestas por Andonegui (2007), y el método gráfico.

Sánchez (2016) recomienda para el diseño y aplicación de un plan de clase (intervención didáctica), tomar en cuenta aspectos tanto de la institución educativa como de los estudiantes, considerados clave para planear la misma, es decir, el objetivo es contar con información relevante para el diseño y aplicación de la intervención didáctica.

Contexto externo e interno de la escuela

La preparatoria 17 está ubicada en la zona urbana de Acapulco y por ende, cuenta con todos los servicios tecnológicos e hidrosanitarios, está compuesta por dos edificios de 4 niveles destinados para aulas, un edificio de tres niveles, en el primero se encuentra el centro de cómputo y el auditorio, en el segundo las oficinas administrativas y en el tercero, la biblioteca, el laboratorio de inglés y la sala de maestros, se cuenta además con una cancha de usos múltiples con graderío metálico y techada, una plaza cívica y estacionamiento para los automóviles del personal y visitantes.

Actualmente se tiene un director, tres subdirectores, una plantilla de 38 profesores, 12 trabajadores entre personal administrativo y de intendencia.

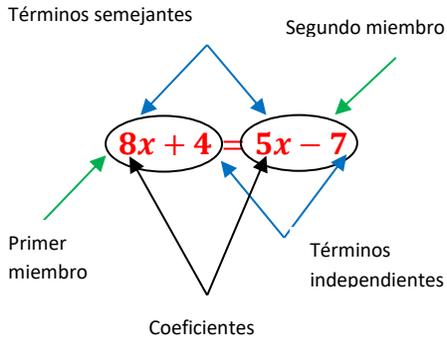
Actualmente cuenta con 900 alumnos, 53% mujeres y 44% hombres y 3% de diversidad sexual.

La escuela está ubicada en la Av. Ruiz Cortines, a metros de distancia de instituciones educativas como la preparatoria 2 y la 27, la U.A. de Medicina, Psicología, la U.A. de Contabilidad y administración, Odontología y Ciencias Sociales, así como también a poca distancia de nosocomios como el IMSS, el ISSSTE, Cancerología y el Hospital Militar.

Características de los alumnos

El grupo 202 está conformado por 31 alumnos en lista, de los cuales asisten regularmente 26, existe una deserción del 16%, el 33% son hombres y el 51% mujeres. Del total ninguno posee capacidades diferentes, el promedio de edad de los 26 estudiantes que es de 15.48 años, 10 son egresados de secundarias federales y el resto proviene de secundarias técnicas.

	5		<p>Objetivo de la actividad: Que los estudiantes identifiquen los elementos que componen una ecuación de primer grado.</p> <p>Profesor: Plantea una ecuación de primer grado del tipo $ax + b = cx + d$ para que sean identificados los elementos que la componen.</p> <p>Estudiante: En hojas blancas, de manera individual anota la ecuación propuesta e identifica los elementos que la componen.</p> <p>A partir de la ecuación</p> $8x + 4 = 5x - 7$ <p>a) Identifica y escribe de la ecuación dada</p> <ul style="list-style-type: none"> - los coeficientes - la incógnita - los términos independientes - los términos semejantes <p>b) ¿Cuál es el grado de la ecuación?</p> <p>c) ¿Cuáles son los operadores matemáticos que aparecen en la ecuación?</p> <p>d) ¿Qué tipo de ecuación es?</p> <p>Objetivo de la actividad: Que los estudiantes conozcan los elementos que componen una ecuación de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.</p> <p>Profesor: Identifica y describe los elementos que componen una ecuación de primer grado propuesta en la actividad anterior.</p>	Ejercicio realizado en hojas blancas.
--	---	--	--	---------------------------------------

			<p>Estudiante: Participa observando la exposición del profesor y exponiendo sus dudas.</p> 	
	<p>10</p>	<p>Desarrollo</p>	<p>Objetivo de la actividad detonadora 1: Proponer al estudiante el reto de resolver la ecuación de primer grado usando sus conocimientos previos.</p> <p>Profesor: Solicita a estudiantes de manera individual, encontrar el valor de la incógnita de la ecuación dada.</p> <p>Estudiante: Con base en sus conocimientos previos, de manera individual, resolverá la ecuación planteada.</p> <p style="text-align: center;">Actividad detonadora 1</p> <p>Encuentra el valor de la incógnita de la ecuación:</p> $6x - 6 = 8x - 2$ <p>Objetivo de la actividad: Usar la Técnica del gráfico transformacional para resolver ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.</p>	<p>Ejercicio realizado en hojas blancas.</p> <p>Lo que desarrollan cada uno de los estudiantes en esta actividad permite realizar una evaluación formativa</p>

	10		<p>Profesor: Con base en la resolución de la ecuación planteada en la actividad detonadora 1, presenta la técnica del gráfico transformacional</p> <p>Estudiante: Participa involucrándose en la resolución de la ecuación de primer grado. Realizando preguntas y dando posibles respuestas durante el proceso.</p> <p>Presentación de la técnica del gráfico transformacional para resolver una ecuación de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.</p> <p>Resolver la ecuación:</p> $6x - 6 = 8x - 2$ <p>Paso 1: Con base en el trazo de un rectángulo, se colocan los miembros de la ecuación de primer grado en las partes superior e inferior del mismo, es decir, el primer miembro se escribe encima del rectángulo y el segundo por debajo, como se muestra a continuación.</p> $\begin{array}{c} 6x - 6 \\ \boxed{} \\ 8x - 2 \end{array}$ <p>Paso 2: Se agrega una flecha adelante del rectángulo trazado y sobre ella se indica la operación a realizar sobre ambos miembros, en este caso se resta $6x$ a ambos miembros.</p> $\begin{array}{c} 6x - 6 \\ \boxed{} \xrightarrow{-6x} \\ 8x - 2 \end{array}$	
--	----	--	---	--

			<p>Paso 3: Se realizan las operaciones planteadas y se traza un segundo rectángulo sobre el que se escriben los resultados de las operaciones anteriores, posteriormente, sobre una nueva flecha se indica la siguiente operación, a continuación se presenta el procedimiento.</p> $\begin{array}{ccc} 6x - 6 & & -6 \\ \boxed{} & \xrightarrow{-6x} & \boxed{} \\ 8x - 2 & & 2x - 2 \end{array}$ <p>Paso 4: Posteriormente, sobre una nueva flecha se indica la operación de sumar 2, se realizan las operaciones en ambos miembros, y se traza de nueva cuenta un rectángulo sobre el que se colocan los resultados, a continuación se presenta el procedimiento.</p> $\begin{array}{ccc} -6 & & \\ \boxed{} & \xrightarrow{+2} & \boxed{} \\ 2x - 2 & & \end{array}$ <p>Paso 5: Con base en lo anterior, ahora con una nueva flecha se indica la división por 2 sobre la flecha, para obtener el resultado.</p> $\begin{array}{ccc} -4 & & -2 \\ \boxed{} & \xrightarrow{\div 2} & \boxed{} \\ 2x & & x \end{array}$ <p>Como el rectángulo puede representar el signo igual, se interpreta que: $x = -2$</p>	
	10	Cierre	<p>Profesor: Aclara dudas e inquietudes.</p> <p>Estudiante: Se familiariza con la nueva propuesta de solucionar ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.</p>	

			<p>Actividad extra-clase 1: El objetivo es que los alumnos resuelvan 4 ejercicios extra-clase, utilizando la técnica del gráfico transformacional, los que serán revisados al inicio de la próxima sesión.</p> <p>Resolver las siguientes ecuaciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $10x - 7 = 8x + 1$ 2. $-9x + 5 = -3x - 1$ 3. $-x + 10 = 4x - 5$ 4. $5x + 20 = 8x - 10$ 	Evaluación sumativa.
--	--	--	---	----------------------

4.2 Plan de clase sesión 2

Sesión	2			
Fecha de aplicación	Duración (minutos)	Momentos	Actividades por realizar	Evidencias de aprendizaje
11/Abr/18	10	Inicio	<p>Objetivo: Resolver y discutir los ejercicios de la actividad extra-clase 1</p> <p>Profesor: Revisa con el grupo la resolución de los ejercicios la actividad extra-clase 1.</p> <p>Estudiante: Presenta y discute con el grupo y el profesor el procedimiento de resolución de los ejercicios de la actividad extra-clase 1.</p>	Evaluación diagnóstica. Entrega de ejercicios realizados extra-clase en hojas blancas.
		Desarrollo	<p>Uso de las técnicas: gráfico transformacional y simbólica habitual</p> <p>Objetivo de la actividad: Establecer la conexión entre las técnicas del gráfico transformacional y la simbólica habitual, al resolver una ecuación de primer grado.</p>	

	10		<p>Profesor: Resuelve la ecuación de primer grado utilizando a la par, las técnicas del gráfico transformacional y la simbólica habitual, estableciendo su conexión.</p> <p>Estudiante: Presenta y discute con el grupo y el profesor el procedimiento de resolución de los ejercicios de la actividad extra-clase 1.</p> <p style="text-align: center;">Resolución de una ecuación de primer grado usando las técnicas del gráfico transformacional y la simbólica habitual.</p> <p style="text-align: center;">Resolver la ecuación:</p> <p style="text-align: center;">$-5x + 12 = -2x + 3$</p> <p>a) Sumar a ambos miembros de la ecuación $2x$.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;"><i>Gráfico transformacional</i></th> <th style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;"><i>Técnica simbólica habitual</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> $\begin{array}{ccc} -5x + 12 & & -3x + 12 \\ \color{red}{\boxed{+2x}} & \xrightarrow{\quad} & \color{red}{\boxed{+2x}} \\ -2x + 3 & & 3 \end{array}$ </td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> $\begin{aligned} -5x + 12 &= -2x + 3 \\ -5x + 2x + 12 &= -2x + 2x + 3 \\ -3x + 12 &= 3 \end{aligned}$ </td> </tr> </tbody> </table> <p>De la ecuación resultante 1: $-3x + 12 = 3$</p> <p>b) Sumar -12 a ambos miembros de la ecuación resultante</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;"><i>Gráfico transformacional</i></th> <th style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;"><i>Técnica simbólica habitual</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> $\begin{array}{ccc} -3x + 12 & & -3x \\ \color{red}{\boxed{-12}} & \xrightarrow{\quad} & \color{red}{\boxed{-12}} \\ 3 & & -9 \end{array}$ </td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> $\begin{aligned} -3x + 12 &= 3 \\ -3x + 12 - 12 &= 3 - 12 \\ -3x &= -9 \end{aligned}$ </td> </tr> </tbody> </table> <p>Ecuación resultante 2: $-3x = -9$</p> <p>c) Dividir entre -3 ambos miembros de la ecuación resultante 2.</p>	<i>Gráfico transformacional</i>	<i>Técnica simbólica habitual</i>	$\begin{array}{ccc} -5x + 12 & & -3x + 12 \\ \color{red}{\boxed{+2x}} & \xrightarrow{\quad} & \color{red}{\boxed{+2x}} \\ -2x + 3 & & 3 \end{array}$	$\begin{aligned} -5x + 12 &= -2x + 3 \\ -5x + 2x + 12 &= -2x + 2x + 3 \\ -3x + 12 &= 3 \end{aligned}$	<i>Gráfico transformacional</i>	<i>Técnica simbólica habitual</i>	$\begin{array}{ccc} -3x + 12 & & -3x \\ \color{red}{\boxed{-12}} & \xrightarrow{\quad} & \color{red}{\boxed{-12}} \\ 3 & & -9 \end{array}$	$\begin{aligned} -3x + 12 &= 3 \\ -3x + 12 - 12 &= 3 - 12 \\ -3x &= -9 \end{aligned}$	
<i>Gráfico transformacional</i>	<i>Técnica simbólica habitual</i>											
$\begin{array}{ccc} -5x + 12 & & -3x + 12 \\ \color{red}{\boxed{+2x}} & \xrightarrow{\quad} & \color{red}{\boxed{+2x}} \\ -2x + 3 & & 3 \end{array}$	$\begin{aligned} -5x + 12 &= -2x + 3 \\ -5x + 2x + 12 &= -2x + 2x + 3 \\ -3x + 12 &= 3 \end{aligned}$											
<i>Gráfico transformacional</i>	<i>Técnica simbólica habitual</i>											
$\begin{array}{ccc} -3x + 12 & & -3x \\ \color{red}{\boxed{-12}} & \xrightarrow{\quad} & \color{red}{\boxed{-12}} \\ 3 & & -9 \end{array}$	$\begin{aligned} -3x + 12 &= 3 \\ -3x + 12 - 12 &= 3 - 12 \\ -3x &= -9 \end{aligned}$											

	20		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;"> <i>Gráfico transformacional</i> $\frac{-3x}{-9} \xrightarrow{\div -3} \frac{x}{3}$ </td> <td style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;"> <i>Técnica simbólica habitual</i> $-3x = -9$ $\frac{-3x}{-3} = \frac{-9}{-3}$ $x = 3$ </td> </tr> </table> </div> <p>Solución de la ecuación: $x = 3$</p> <p>Objetivo de la “actividad de repaso 1”: Que el estudiante resuelva ecuaciones de primer grado, utilizando la técnica simbólica habitual. De manera individual y colaborativa.</p> <p>Profesor: Propone cuatro ejercicios de ecuaciones de primer grado para utilizar la técnica simbólica habitual. Los primeros 2 ejercicios serán resueltos de manera individual y los dos últimos de forma colaborativa en equipos de 5 personas. Se solicita la entrega de las soluciones individuales, previo al trabajo en equipo.</p> <p>Estudiante: Participa resolviendo los ejercicios planteados utilizando la técnica simbólica habitual, de manera individual y colaborativa.</p> <p style="text-align: center;">Actividad de repaso 1</p> <p>Resolver las ecuaciones utilizando la técnica simbólica habitual, las primeras 2 ecuaciones de manera individual y las dos últimas de forma colaborativa en equipos de 5 personas.</p> <p>a) $10x + 8 = -2x - 16$ b) $220x - 20 = 140x - 180$ c) $-x + 4 = -7x + 2$ d) $-6x + 4 = x + 6$</p>	<i>Gráfico transformacional</i> $\frac{-3x}{-9} \xrightarrow{\div -3} \frac{x}{3}$	<i>Técnica simbólica habitual</i> $-3x = -9$ $\frac{-3x}{-3} = \frac{-9}{-3}$ $x = 3$	<p>Entrega de ejercicios resueltos en hojas blancas, de manera individual y por equipo.</p> <p>Evaluación formativa.</p>
<i>Gráfico transformacional</i> $\frac{-3x}{-9} \xrightarrow{\div -3} \frac{x}{3}$	<i>Técnica simbólica habitual</i> $-3x = -9$ $\frac{-3x}{-3} = \frac{-9}{-3}$ $x = 3$					

	10	Cierre	<p>Profesor: Aclara dudas e inquietudes y posteriormente analiza con detalle la resolución de los ejercicios.</p> <p>Estudiante: Participa exponiendo sus dudas y las dificultades que se hayan presentado.</p>	Evaluación sumativa.
--	----	--------	---	----------------------

4.3 Plan de clase sesión 3

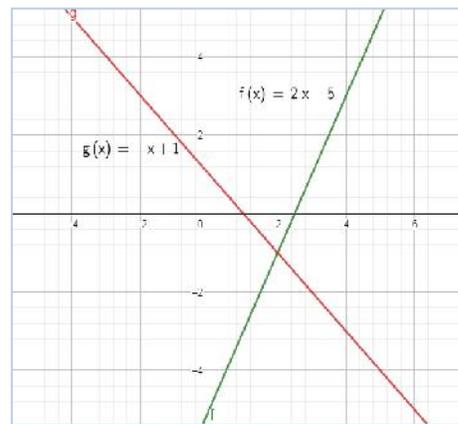
Sesión	3			
Fecha de aplicación	Duración (minutos)	Momentos	Actividades por realizar	Evidencias de aprendizaje
12/Abr/18	10	Inicio	<p>Uso del método gráfico</p> <p>Profesor: Comenta la existencia de otro método para la resolución de ecuaciones de primer grado, es decir, el método gráfico.</p> <p>Estudiante: Participa con base en su propio conocimiento sobre el uso de gráficos para resolver ecuaciones de primer grado</p>	Evaluación diagnóstica.
		Desarrollo	<p>Objetivo de la actividad: “Resolver ecuaciones de primer grado por el método gráfico”. Describir, explicar y demostrar el método gráfico para dar solución a ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.</p> <p>Profesor: Describe y explica de manera puntual cómo encontrar la solución de una ecuación de primer grado por el método gráfico y finaliza resolviendo una ecuación de primer grado por dicho método.</p> <p>Estudiante: Participa atendiendo la explicación del procedimiento de resolución de la ecuación de primer grado por el método gráfico.</p>	

	<p>10</p>		<p>Resolución de una ecuación de primer grado por el método gráfico de la forma $ax + b = cx + d$.</p> <p>Resolver por el método gráfico la ecuación dada.</p> <p style="text-align: center;">$2x - 5 = -x + 1$</p> <p>Cada miembro de la ecuación se representa como una función, como se muestra a continuación:</p> $y_1 = 2x - 5$ $y_2 = -x + 1$ <p>Cada una de las funciones se representa en el “plano cartesiano” asignando valores a x, con base en cualesquier intervalos y al sustituir dichos valores en la función se determina el valor para y, encontrando con ello un par ordenado de números que pueden ser representados en el “plano cartesiano”.</p> <p>Se elaboran 2 tablas para establecer los valores que tomará x y que por medio de la sustitución se obtendrán los valores de y_1 y y_2.</p> <p>Se le asignan valores a x de -4 a 4, en intervalos de 2 unidades, sustituimos los valores en cada función y obtenemos los valores de y_1 y y_2.</p> $y_1 = 2x - 5 \qquad y_2 = -x + 1$ $y_1 = 2(-4) - 5 \qquad y_2 = -(-4) + 1$ $y_1 = -8 - 5 \qquad y_2 = 4 + 1$ $y_1 = -13 \qquad y_2 = 5$	
--	-----------	--	---	--

x	y_1
-4	-13
-2	-9
0	-5
2	-1
4	3

x	y_2
-4	5
-2	3
0	1
2	-1
4	-3

Se explica que son los pares ordenados y cómo se convierten en coordenadas al ser representadas en el plano cartesiano.



Se hace saber que el punto de intersección de ambas rectas es la solución de la ecuación dada.

Se le pide al alumno que de manera algebraica resuelva la ecuación y compruebe el resultado.

Objetivo de la “actividad detonadora 2”: Por medio de la sustitución y la representación de pares ordenados en el plano cartesiano, el estudiante de forma individual y colaborativa resuelva ecuaciones de primer grado.

Profesor: propone una ecuación de primer grado a los alumnos, para resolver individualmente utilizando el método

	20		<p>gráfico. Posteriormente propone una ecuación de primer grado más para trabajar en equipos de tres.</p> <p>Estudiante: Participa de manera activa individualmente y colabora durante la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$, utilizando el método gráfico.</p> <p>Actividad detonadora 2 Resolver las siguientes ecuaciones utilizando el método gráfico, el inciso a individualmente y el inciso b en equipos de tres integrantes.</p> <p>a) $3x + 3 = -2x - 2$ b) $7x + 3 = 4x - 6$</p>	<p>Entrega de ejercicios resueltos en hojas blancas, de manera individual y por equipo.</p> <p>Evaluación formativa.</p>
	10	Cierre	<p>Profesor: Aclara dudas, inquietudes y dificultades.</p> <p>Estudiante: Participa exponiendo dudas, inquietudes y dificultades que surgieron durante el uso del método gráfico.</p>	<p>Evaluación sumativa.</p>

Para llevar a cabo mecanismos de evaluación según De León (2015), ésta se realiza con la intención de comprobar los aprendizajes o capacidades desarrollados por el estudiante al término de un curso o programa formativo específico. Establece también que este tipo de evaluación se centra en emitir un juicio de valor en relación al logro de los objetivos propuestos y tomar decisiones al respecto. Así mismo cabe señalar que puede adquirir una función diagnóstica para niveles o periodos posteriores.

De León (2015) señala que con la evaluación diagnóstica se pueden obtener datos que reflejan los conocimientos y capacidades requeridas para un proceso de aprendizaje exitoso, mientras que el propósito de la evaluación de procesos llamada también evaluación formativa, es proporcionar información de lo que sucede y lo que debería de suceder para el logro del aprendizaje. De León (2015) define también que la evaluación de resultados o sumativa tiene el propósito de comprobar los aprendizajes y capacidades desarrolladas por el estudiante al término de un curso o programa específico, centrada en la emisión de un juicio de valor en relación al logro de los objetivos propuestos.

Con base en ello, la evaluación diagnóstica en el plan de clase presentado se da al inicio de cada sesión, la evaluación formativa se presenta en la etapa de desarrollo y la sumativa en la fase de cierre que es donde se establece un juicio sobre las producciones realizadas por los estudiantes.

Capítulo 5

5. Análisis de datos

En este capítulo, de forma descriptiva se presenta el análisis y los resultados obtenidos con base en las producciones de las actividades realizadas por los estudiantes durante la intervención didáctica, la cual fue diseñada para atender, de algún modo, los errores y dificultades que regularmente presentan estudiantes de nuevo ingreso a la EMS. Las actividades se desarrollaron con estudiantes de primer grado de la Preparatoria 17, en tres sesiones de 50 minutos, en las que se trabajó la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$, utilizando en primer momento la técnica del gráfico transformacional, posteriormente la técnica simbólica habitual propuestas por Andonegui (2007) y finalmente el método gráfico. A continuación, se presenta lo realizado durante las mencionadas sesiones.

5.1 Resultados de las actividades realizadas durante la sesión 1

Primera actividad

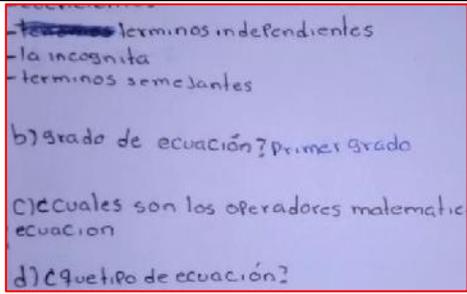
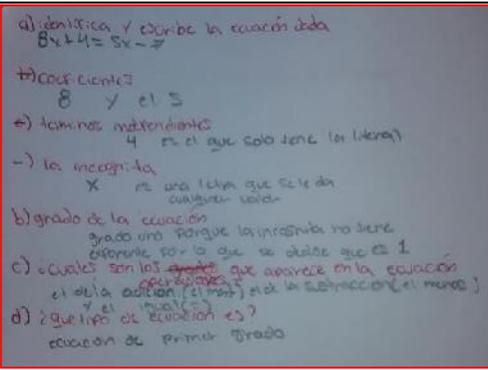
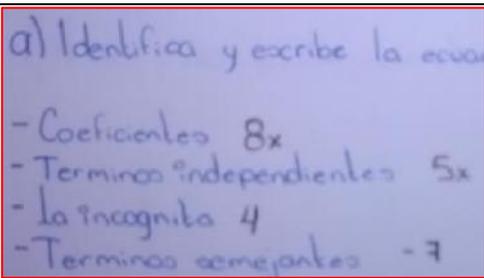
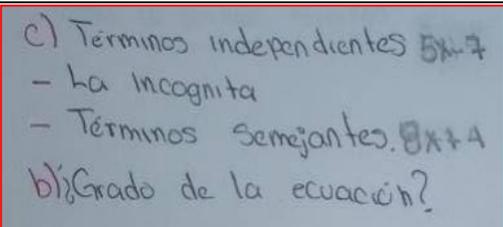
A partir de la ecuación $8x + 4 = 5x - 7$

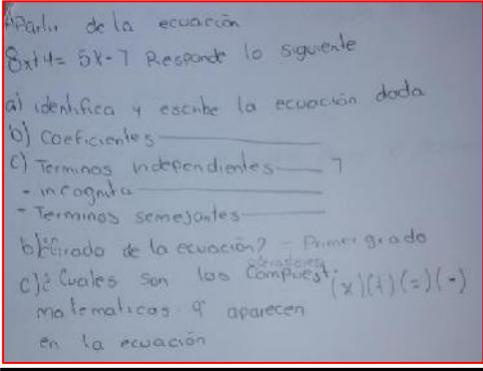
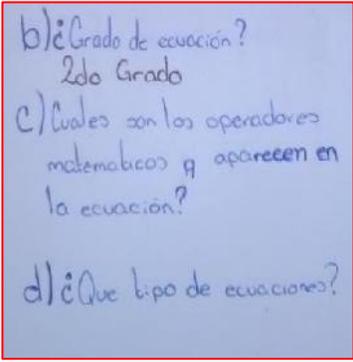
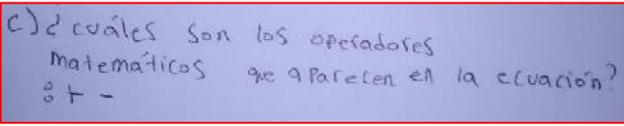
- a) Identifica y escribe de la ecuación dada
 - los coeficientes
 - la incógnita
 - los términos independientes
 - los términos semejantes
 - b) ¿Cuál es el grado de la ecuación?
 - c) ¿Cuáles son los operadores matemáticos que aparecen en la ecuación?
 - d) ¿Qué tipo de ecuación es?
-

Resultados de la primera actividad

En esta sesión 1 en cuanto al inciso a de la primera actividad, de los 26 alumnos que regularmente asisten a clase, solo se presentaron 24, en particular 13 estudiantes lograron realizar, en parte la actividad, mientras que el resto no identificó ninguno de los elementos, por lo que no contestaron la misma. Las producciones de los alumnos se resumen en la siguiente tabla.

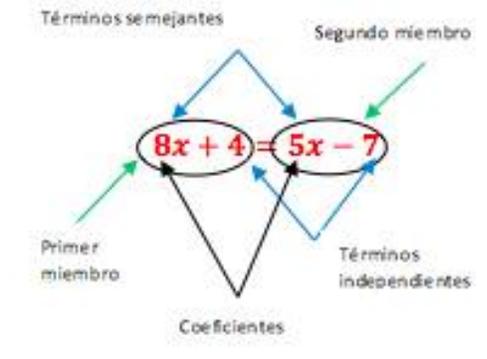
Tabla 5.1. Evidencias de observaciones de la actividad 1.

Observación	Evidencia
12 lograron describir correctamente al menos uno de los elementos pedidos.	
Sólo uno realizó correctamente la actividad.	
La mayoría de los estudiantes participantes presentaron problemas para identificar los coeficientes de la ecuación, pues regularmente los escriben como un término algebraico, mientras que para reconocer la incógnita solo 4 lo hicieron correctamente.	
12 estudiantes relacionan los términos independientes y semejantes como uno de los miembros de la ecuación.	

<p>Respecto al inciso b solo 6 alumnos identificaron correctamente el grado de la ecuación, mientras que siete la describieron como de segundo o tercer grado.</p>	 
<p>Para el inciso c 4 estudiantes identificaron a la suma y la resta como operadores matemáticos, y 3 además incluyen el signo de igualdad, mientras que el resto no logró lo solicitado. 12 participantes no contestaron el inciso d.</p>	

Segunda actividad

Que los estudiantes conozcan los elementos que componen una ecuación de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.



Resultados de la segunda actividad

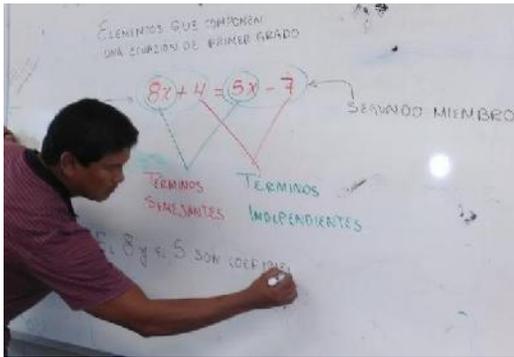


Imagen 5: Presentación de los elementos que componen una ecuación de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.

Mediante la explicación de la identificación adecuada de los elementos que componen una ecuación de la forma descrita, los 12 estudiantes que identificaron al menos uno de los elementos, con base en sus errores ahora lograron reconocer rápidamente los miembros de la ecuación, así como los demás componentes. Los 11 restantes que no habían identificado ningún elemento participaron activamente para hacerse de ese conocimiento exponiendo sus dudas e inquietudes, reactivando de alguna forma conocimientos previos del tema.

Actividad detonadora 1

Actividad detonadora 1

Encuentra el valor de la incógnita de la ecuación:

$$6x - 6 = 8x - 2$$

Objetivo de la actividad: Usar la Técnica del gráfico transformacional para resolver ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.

Resultados de la actividad detonadora 1

De los 24 estudiantes participantes sólo uno inició la resolución del ejercicio y lo hizo sumando 6 a ambos lados de la igualdad, lo que realizó de forma correcta, posteriormente intentó sumar $-6x$ a la nueva ecuación para anotar como última ecuación: $x = 2x + 4$.

Observando que el procedimiento realizado es incorrecto. Presentó la anotación “Pasaba los números al otro lado de la igualdad cambiando sus signos”, como se muestra en la imagen 6.

$6x - 6 = 8x - 2$
 $6x = 8x + 4$
 $x = 2 + 4$

Pasaba los números
 al otro lado de la
 igualdad cambiando
 sus signos

Imagen 6: Evidencia de resolución del ejercicio propuesto.

Ante esta evidencia se puede determinar que la mayoría de estudiantes que ingresan a la EMS no poseen el conocimiento suficiente para resolver una ecuación de primer grado, a preguntas directas realizadas a diferentes integrantes del grupo, las respuestas mostraron la ausencia de conocer elementos base de la ecuación, lo que de algún modo se relaciona con la aparición o presencia de errores y dificultades en la mayoría de los estudiantes participantes en este estudio.

El propósito de esta actividad fue que los estudiantes con base en la evidencia de sus errores y dificultades reconocieran, y con ello se involucraran de manera participativa durante la adquisición del conocimiento matemático en particular durante la resolución de ecuaciones de primer grado.

Presentación de la técnica del gráfico transformacional

Resolver la ecuación:

$$6x - 6 = 8x - 2$$

Paso 1: Con base en el trazo de un rectángulo, se colocan los miembros de la ecuación de primer grado en las partes superior e inferior del mismo, es decir, el primer miembro se escribe encima del rectángulo y el segundo por debajo, como se muestra a continuación.

$$6x - 6$$

$$8x - 2$$

$$8x - 2$$

Paso 2: Se agrega una flecha adelante del rectángulo trazado y sobre ella se indica la operación a realizar sobre ambos miembros, en este caso se resta $6x$ a ambos miembros.

$$6x - 6$$

$$8x - 2$$

$$\begin{array}{c} 6x - 6 \\ 8x - 2 \end{array} \longrightarrow -6x$$

Paso 3: Se realizan las operaciones planteadas y se traza un segundo rectángulo sobre el que se escriben los resultados de las operaciones anteriores, posteriormente, sobre una nueva flecha se indica la siguiente operación, a continuación se presenta el procedimiento.

$$\begin{array}{ccc} 6x - 6 & & -6 \\ \hline 8x - 2 & \xrightarrow{-6x} & 2x - 2 \end{array}$$

Paso 4: Posteriormente, sobre una nueva flecha se indica la operación de sumar 2, se realizan las operaciones en ambos miembros, y se traza de nueva cuenta un rectángulo sobre el que se colocan los resultados, a continuación se presenta el procedimiento.

$$\begin{array}{ccc} -6 & & \\ \hline 2x - 2 & \xrightarrow{+2} & \end{array}$$

Paso 5: Con base en lo anterior, ahora con una nueva flecha se indica la división por 2 sobre la flecha, para obtener el resultado.

$$\begin{array}{ccc} -4 & & -2 \\ \hline 2x & \xrightarrow{\div 2} & x \end{array}$$

Como el rectángulo puede representar el signo igual, se interpreta que: $x = -2$

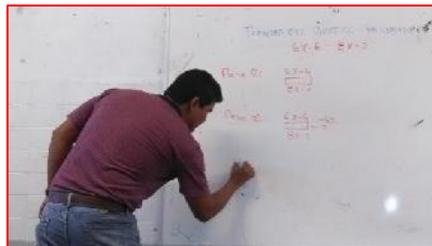


Imagen 7: Paso 1 y 2, representar la ecuación y sumar $-6x$.



Imagen 8: Paso 3 y 4, establecer la nueva representación y sumar 2.

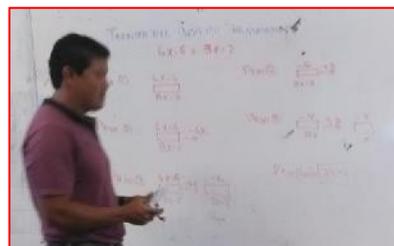


Imagen 9: paso 5, dividir por 2 y obtener la solución.

Con la exposición de esta técnica, el grupo en su totalidad demostró interés, pues a los estudiantes les llamó la atención la combinación que se hace entre la aritmética y el álgebra

con base en una figura geométrica. En participaciones posteriores a la presentación en turno, la totalidad el grupo mencionó que no habían trabajado con esa técnica y que ésta les resultaba “fácil de entender” comparado con las formas de cómo se les ha presentado el tema.

Actividad extra-clase 1

Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $10x - 7 = 8x + 1$
2. $-9x + 5 = -3x - 1$
3. $-x + 10 = 4x - 5$
4. $5x + 20 = 8x - 10$

Resultados de la actividad extra-clase 1

Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $10x - 7 = 8x + 1$
2. $-9x + 5 = -3x - 1$
3. $-x + 10 = 4x - 5$
4. $5x + 20 = 8x - 10$

Las producciones de los estudiantes en la actividad extra clase 1 mostraron un avance significativo, pues al inicio de la sesión 1 (en la actividad detonadora) solo un estudiante intentó resolver un ejercicio mediante el uso de conocimientos relacionados con el método algebraico usual, en esta actividad extra-clase, 13 de los 24 alumnos participantes lograron realizar en su totalidad la resolución de las ecuaciones, de los mismos 13 estudiantes 9 resolvieron correctamente todos los ejercicios (*imagen 10*) y 4 lograron resolver al menos uno de manera correcta. Los 11 alumnos restantes por una u otra razón no presentaron la actividad.

2. $-9x + 5 = -3x - 1$
 $\frac{-3x - 1}{-9x + 5} \xrightarrow{+9x} \frac{6x - 1}{+5} \xrightarrow{+1} \frac{6x}{+6} \xrightarrow{\div 6} \frac{x}{1} \quad \boxed{x = 1}$

4. $5x + 20 = 8x - 10$
 $\frac{8x - 10}{5x + 20} \xrightarrow{-8x} \frac{-3x - 10}{20} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{-9x - 30}{50} \xrightarrow{+9x} \frac{-30}{10} \quad x = 10$

Imagen 10: Resolución de ejercicios correcta usando la técnica del gráfico transformacional

Como se puede observar en la imagen 10, los estudiantes que resolvieron de manera incorrecta algunos ejercicios presentan problemas de aritmética, confunden términos

independientes con términos algebraicos, además presentan dificultad al realizar operaciones con números negativos y agregan y quitan términos algebraicos e independientes sin que medie razón matemática alguna.

The image shows two examples of handwritten mathematical work illustrating incorrect use of the transformational graphing technique. The first example shows the equation $-9x + 5 = -3x - 1$. The student incorrectly adds $-2x - 1$ to both sides, resulting in $-9x + 5 - 2x - 1 = -3x - 1 - 2x - 1$, which simplifies to $-11x + 4 = -5x - 2$. This is then incorrectly transformed to $\frac{11x}{6} = \frac{x}{6}$, leading to the solution $x = 6$. The second example shows the equation $5x + 20 = 8x - 10$. The student incorrectly adds $8x - 10$ to both sides, resulting in $5x + 20 + 8x - 10 = 8x - 10 + 8x - 10$, which simplifies to $13x + 10 = 16x - 20$. This is then incorrectly transformed to $\frac{20x}{40} = \frac{x}{2}$, leading to the solution $x =$ (incomplete).

Imagen 11: Resolución de ejercicios incorrecta usando la técnica del gráfico transformacional

Definitivamente la aplicación de la técnica del gráfico transformacional ayudó de manera significativa en la resolución de ecuaciones de primer grado desde distintos aspectos: logrando captar el interés de los estudiantes, pues el procedimiento se tornó “menos difícil” y con ello adquieren aprendizajes sobre la resolución de ecuaciones de primer grado.

Al cierre de la primera sesión de la intervención didáctica, de acuerdo con lo observado, podemos confirmar lo que establecido Cruz (2006): La introducción al nuevo saber se hace de manera rápida y no existe conciencia del salto que existe entre la aritmética y el álgebra elemental, conllevando a un aprendizaje defectuoso. Se menciona esto, pues al inicio de la primera sesión solo uno de 24 estudiantes intentó resolver una ecuación dada por el método algebraico sin éxito. Sin embargo, una vez aplicada la técnica del gráfico transformacional, se observó un cambio significativo en cuanto al número de estudiantes que intentan resolver ecuaciones, es decir, 13 estudiantes se involucran en la resolución citada, resolviendo correctamente 9 estudiantes las cuatro ecuaciones dadas y los 4 estudiantes restantes resolvieron al menos una, es decir, el interés de aprendizaje paso del 4.16 al 54.16%.

5.2 Resultados de las actividades de la sesión 2

Resolución de una ecuación de primer grado usando las técnicas del gráfico transformacional y simbólica habitual

Resolver la ecuación:

$$-5x + 12 = -2x + 3$$

a) Sumar a ambos miembros de la ecuación $2x$.

Gráfico transformacional	Técnica simbólica habitual
$\begin{array}{ccc} -5x + 12 & & -3x + 12 \\ \underline{+2x} & \rightarrow & \underline{+2x} \\ -2x + 3 & & 3 \end{array}$	$\begin{aligned} -5x + 12 &= -2x + 3 \\ -5x + 2x + 12 &= -2x + 2x + 3 \\ -3x + 12 &= 3 \end{aligned}$

De la ecuación resultante 1: $-3x + 12 = 3$

b) Sumar -12 a ambos miembros de la ecuación resultante

Gráfico transformacional	Técnica simbólica habitual
$\begin{array}{ccc} -3x + 12 & & -3x \\ \underline{-12} & \rightarrow & \underline{-12} \\ 3 & & -9 \end{array}$	$\begin{aligned} -3x + 12 &= 3 \\ -3x + 12 - 12 &= 3 - 12 \\ -3x &= -9 \end{aligned}$

Ecuación resultante 2: $-3x = -9$

c) Dividir entre -3 ambos miembros de la ecuación resultante 2.

Gráfico transformacional	Técnica simbólica habitual
$\begin{array}{ccc} -3x & & x \\ \underline{\div -3} & \rightarrow & \underline{\div -3} \\ -9 & & 3 \end{array}$	$\begin{aligned} -3x &= -9 \\ \frac{-3x}{-3} &= \frac{-9}{-3} \\ x &= 3 \end{aligned}$

Solución de la ecuación: $x = 3$

En el momento de inicio de la sesión 2, después de comentar con el grupo los errores cometidos durante la resolución de ejercicios de la actividad extra-clase 1, éstos se retoman para resolverse y discutirse aclarando dudas e inquietudes, permitiendo a los estudiantes visualizar y atender las dificultades evidenciadas.

Por lo que en esta actividad se realizó la presentación de la resolución de una ecuación de primer grado del tipo $ax + b = cx + d$ utilizando a la par, las técnicas del gráfico transformacional y la simbólica habitual.

Resultados de la actividad resolución de una ecuación de primer grado usando dos técnicas a la vez: la del gráfico transformacional y la simbólica habitual

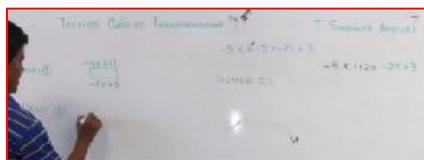


Imagen 12: Paso 1, representar ecuación y sumar $2x$.

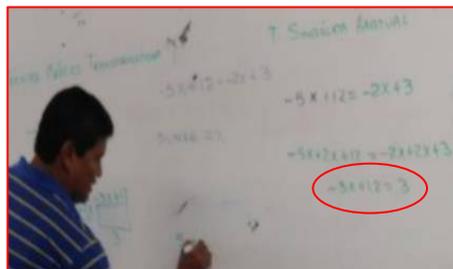


Imagen 13: paso 2, sumar a la nueva ecuación -12 .

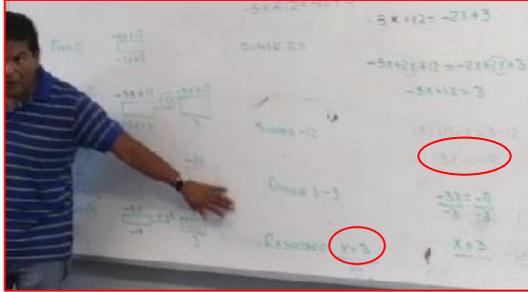


Imagen 14: Paso 3, dividir la ecuación resultante por -3 y obtener la solución.

El objetivo de esta actividad fue propiciar en los estudiantes la utilización de la técnica simbólica habitual (método algebraico), como el procedimiento ideal para encontrar el valor de la incógnita en una ecuación de primer grado. Los estudiantes se mostraron receptivos, persistiendo la idea de que se les “dificulta menos” con el gráfico transformacional que resolverla de manera lineal con el método algebraico, manifiestan que son propensos a cometer errores ya evidenciados al solucionar la ecuación como un conjunto, y no de manera “separada” con la técnica del gráfico.

Actividad de repaso 1

Resolver las ecuaciones utilizando la técnica simbólica habitual, las primeras 2 ecuaciones de manera individual y las dos últimas de forma colaborativa en equipos de 5 personas.

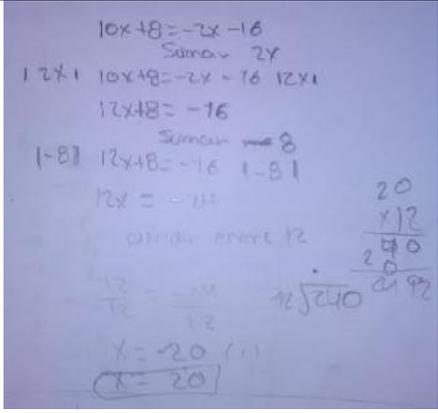
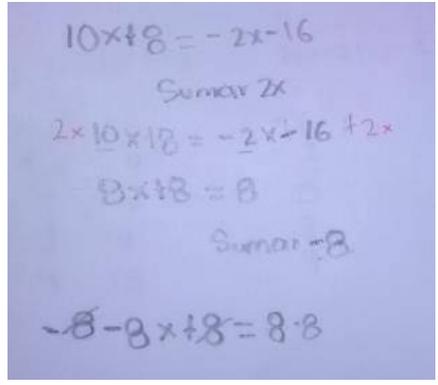
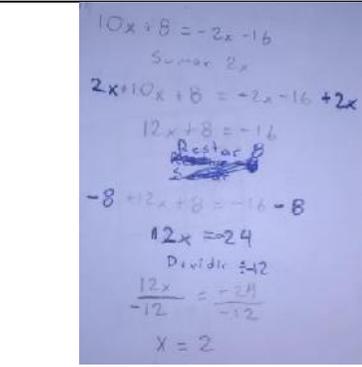
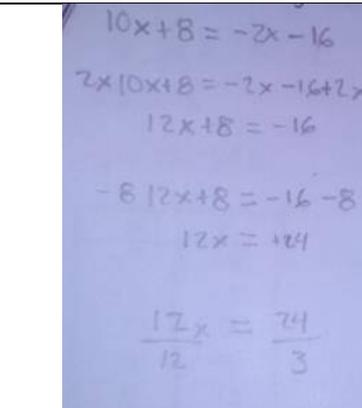
- a) $10x + 8 = -2x - 16$
- b) $220x - 20 = 140x - 180$
- c) $-x + 4 = -7x + 2$
- d) $-6x + 4 = x + 6$

Resultados de actividad de repaso 1

Con la idea de familiarizar al estudiante con la técnica simbólica habitual, en esta actividad se propuso al estudiante resolver 4 ejercicios, los 2 primeros de manera individual y los 2 últimos de forma colaborativa en equipos de 5 integrantes. Para ello se solicitó al grupo la entrega de las soluciones individuales, previo al trabajo colaborativo.

Para la realización del trabajo individual asistieron 22 estudiantes (segunda sesión), 5 de ellos no realizaron la actividad, de los 17 restantes, 15 intentaron resolver el primero de los ejercicios utilizando demasiado tiempo para ello, ninguno logró solucionar el ejercicio de manera adecuada, en su resolución lograron presentar observaciones como las que aparecen en la tabla 5.2.

Tabla 5.2. Evidencias de observaciones de la actividad de repaso 1.

Observación	Evidencia
Operaciones aritméticas innecesarias.	 <p> $10x + 8 = -2x - 16$ Sumar $2x$ $12x + 8 = -2x - 16 + 2x$ $12x + 8 = -16$ Sumar -8 $(-8) 12x + 8 = -16 - 8$ $12x = -24$ Dividir entre 12 $\frac{12x}{12} = \frac{-24}{12}$ $x = -20$ (1) <u>$x = -20$</u> </p>
Dificultad con operaciones aritméticas y algebraicas.	 <p> $10x + 8 = -2x - 16$ Sumar $2x$ $2 \times 10x + 8 = -2x - 16 + 2x$ $8x + 8 = 8$ Sumar -8 $-8 - 8x + 8 = 8 - 8$ </p>
Dificultad al realizar operaciones con números negativos.	 <p> $10x + 8 = -2x - 16$ Sumar $2x$ $2x + 10x + 8 = -2x - 16 + 2x$ $12x + 8 = -16$ Restar 8 $-8 + 12x + 8 = -16 - 8$ $12x = -24$ Dividir $\div 12$ $\frac{12x}{12} = \frac{-24}{12}$ $x = 2$ </p>
Inventan números.	 <p> $10x + 8 = -2x - 16$ $2 \times 10x + 8 = -2x - 16 + 2x$ $12x + 8 = -16$ $-8 12x + 8 = -16 - 8$ $12x = -24$ $\frac{12x}{12} = \frac{-24}{12}$ </p>

Aunado a lo anterior, se observó además que algunos estudiantes agregan signos de manera arbitraria y sin razón alguna. Por lo que, al no poseer claridad y seguridad en lo realizado, debido en gran parte a la deficiencia de conocimientos previos sobre el tema, la resolución de ecuaciones de primer grado se torna para ellos lenta, tediosa y llega el momento en que se bloquean y dejan de realizar la actividad.

Mientras que, durante el trabajo en equipo, al igual que en las resoluciones individuales, a excepción de un equipo, resolvieron solo uno de los ejercicios invirtiendo demasiado tiempo en ello, dando paso a dificultades al trabajar con números negativos y con operaciones aritméticas, así mismo agregan términos inexistentes a la ecuación y posteriormente los quitan sin mediar algún cálculo matemático. En trabajo colaborativo logran mejoría en el procedimiento de resolución y son más claros en este aspecto. Ver las imágenes 15, 16 y 17.

$$\begin{aligned}
 -x + 4 &= -7x + 2 \\
 \text{Sumar } -7x & \\
 -7x + 4 &= -x + 4 - 7x \\
 -6x + 4 &= 2 \\
 \text{Restar } 4 & \\
 -6x + 4 - 4 &= 2 - 4 \\
 -6x &= -2 \\
 \text{Dividir } \div 6 & \\
 \frac{-6x}{6} &= \frac{-2}{6} \\
 -x &= -\frac{1}{3} \\
 \text{O} & \\
 x &= \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Imagen 15: Agregan y quitan términos sin razón alguna.

$$\begin{aligned}
 -x + 4 &= -7x + 2 \\
 \text{Técnica Simbolico} & \\
 7x - x + 4 &= -7x + 2 + 7x \\
 6x - 10x &= 2
 \end{aligned}$$

Imagen 16: Agregan y quitan términos sin mediar un cálculo matemático.

$$\begin{aligned}
 \text{① } -x + 4 &= -7x + 2 \\
 7x - x + 4 &= -7x + 2 + 7x \\
 -6x + 4 &= 2 \\
 -4 - 6x + 4 &= 2 - 4 \\
 -6x &= -2 \\
 \frac{-6x}{6} &= \frac{-2}{6} \\
 -x &= -\frac{1}{3} \\
 x &= \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Imagen 17: Logran mejoría y claridad en el procedimiento de resolución, pero persiste la dificultad al trabajar con números negativos.

Por tanto, en la segunda sesión después de haber trabajado con la técnica del gráfico transformacional, y al proponer ejercicios en los que aplicarían la técnica simbólica habitual (método algebraico). De nueva cuenta se presentan dificultades, en particular al involucrar números negativos, en la realización de operaciones aritméticas, durante su procedimiento agregan en la resolución, números, signos y términos sin justificación matemática. Lo anterior sucede tanto en la actividad individual como en la colaborativa, sin embargo, en la actividad colaborativa logran avanzar al mostrar seguridad y mejora en el procedimiento y claridad en la resolución de los ejercicios propuestos.

Por otro lado, es obligado mencionar que mientras al inicio de la intervención solo un estudiante intentó resolver un ejercicio utilizando el método algebraico sin lograrlo, en esta sesión los estudiantes mostraron mayor seguridad y claridad durante la resolución de ecuaciones de primer grado, por lo que el número se incrementó a 15 estudiantes que se involucraron con la resolución.

5.3 Resultados de las actividades de la sesión 3

En ésta última sesión se comentó al grupo (en esta sesión asistieron 26 estudiantes), la existencia del método gráfico como otra de las opciones para dar solución a ecuaciones de primer grado de la forma que se han venido desarrollando, los estudiantes refieren que conocen el plano cartesiano y que han graficado puntos o coordenadas en este, pero no han resuelto ecuaciones mediante este método.

Presentación del método gráfico

Resolver por el método gráfico la ecuación dada.

$$2x - 5 = -x + 1$$

Cada miembro de la ecuación se representa como una función, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} y_1 &= 2x - 5 \\ y_2 &= -x + 1 \end{aligned}$$

Cada una de las funciones se representa en el “plano cartesiano” asignando valores a x , con base en cualesquier intervalos y al sustituir dichos valores en la función se determina el valor para y , encontrando con ello un par ordenado de números que pueden ser representados en el “plano cartesiano”.

Se elaboran 2 tablas para establecer los valores que tomará x y que por medio de la sustitución se obtendrán los valores de y_1 y y_2 .

Se le asignan valores a x de -4 a 4 , en intervalos de 2 unidades, sustituimos los valores en cada función y obtenemos los valores de y_1 y y_2 .

$$\begin{aligned} y_1 &= 2x - 5 & y_2 &= -x + 1 \\ y_1 &= 2(-4) - 5 & y_2 &= -(-4) + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= -8 - 5 \\ y_1 &= -13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= 4 + 1 \\ y_2 &= 5 \end{aligned}$$

x	y_1
-4	-13
-2	-9
0	-5
2	-1
4	3

x	y_2
-4	5
-2	3
0	1
2	-1
4	-3

Se explica que son los pares ordenados y cómo se convierten en coordenadas al ser representadas en el plano cartesiano|



Se hace saber que el punto de intersección de ambas rectas es la solución de la ecuación dada.

Se le pide al alumno que de manera algebraica resuelva la ecuación y compruebe el resultado.

Resultados de la presentación del método gráfico.

Resolver la ecuación: $2x - 5 = -x + 1$

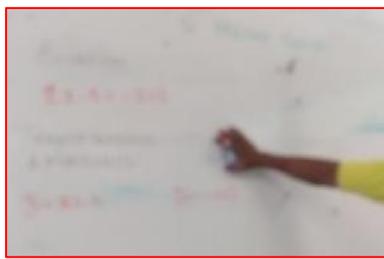


Imagen 18: Paso 1, se transforma la ecuación en dos funciones.

Imagen 19: Paso 2, se asignan valores a x , se sustituyen en las funciones generadas y se tabulan.

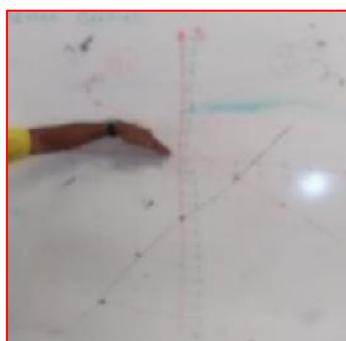
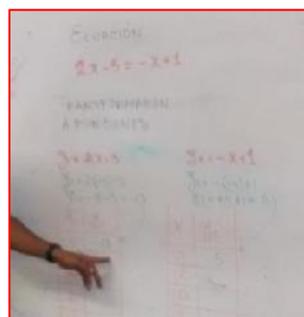
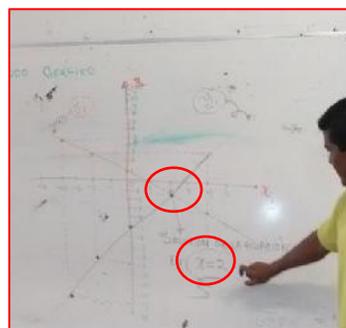


Imagen 20: Paso 3, se representan en el plano los pares ordenados obtenidos mediante la sustitución de valores.

Imagen 21: Paso 4, se referencia la intersección de ambas rectas como la solución, respecto del valor en la abscisa. En este caso: $x = 2$.



Al finalizar la exposición causa especial interés en el estudiante que la solución del ejercicio se establezca en el punto de intersección de ambas rectas formadas por dicha ecuación y que este sea referenciado “al eje de las x ”. Se aclaran dudas e inquietudes y a pregunta expresa del expositor responden los estudiantes que el método gráfico “es más largo, más laborioso, más complicado y tendremos más errores al resolver ejercicios con ese método”.

Actividad detonadora 2

Resolver las siguientes ecuaciones utilizando el método gráfico, el inciso a individualmente y el inciso b en equipos de tres integrantes.

a) $3x + 3 = -2x - 2$

b) $7x + 3 = 4x - 6$

Resultados de la actividad detonadora 2

Resolver por el método gráfico de forma individual el a) y en equipo de tres integrantes el b), contando con 10 minutos para cada caso.

El ejercicio realizado individualmente, De los 26 estudiantes que participaron en esta sesión, 7 no realizaron la actividad, los 19 restantes transformaron correctamente la ecuación en las funciones que se requieren para llevar a cabo esta tarea. De éstos, 4 no la terminaron por falta de tiempo, 4 realizaron de manera correcta el procedimiento de tabulación de valores más no la graficación, 2 lograron el resultado y 2 de ellos no, debido a una mala interpretación del punto de intersección. De manera general 11 de ellos presentaron dificultades.

Una de las grandes dificultades que se observó en la resolución por este método, quedó evidenciada por la deficiencia que presentaron los estudiantes al realizar la sustitución de valores en las funciones generadas por la ecuación, que puede considerarse como una nueva problemática por atender. Se presenta de nueva cuenta el problema en la realización de operaciones con números negativos y con este problema se muestran dubitativos al representar los pares ordenados en el plano cartesiano. En las imágenes 22 y 23 se pueden observar dichas dificultades.

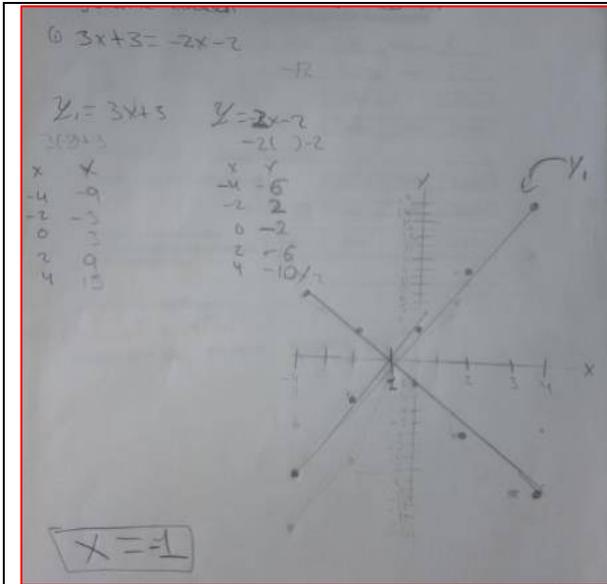


Imagen 22: Resolución correcta.

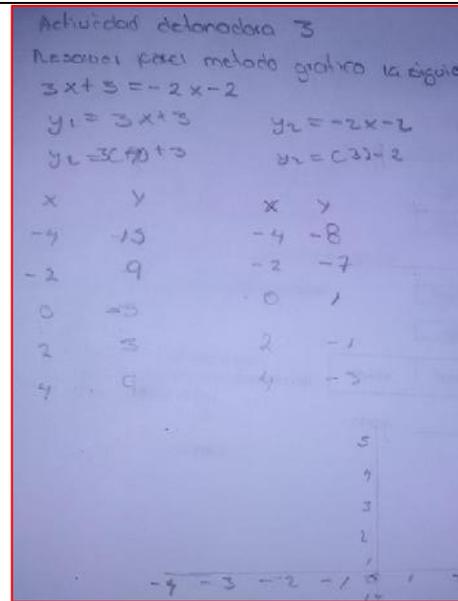


Imagen 23: Dificultades en la sustitución de valores, con números negativos y dudan al representarlos en el plano.

En la actividad por equipos, de los 8 conformados solo 2 llevan a cabo de forma correcta la sustitución de valores en el procedimiento de tabulación y también la representación en el plano de los pares ordenados surgidos de éste, por lo que obtienen el resultado. Los equipos restantes, mejoran notablemente en la sustitución de valores, más no así en el proceso de graficación, persiste el problema al realizar operaciones con números negativos, generando con en ello una errónea graficación y no logran el resultado. Los estudiantes claramente evidencian confusión, inseguridad y desesperación, optando por abandonar la actividad.

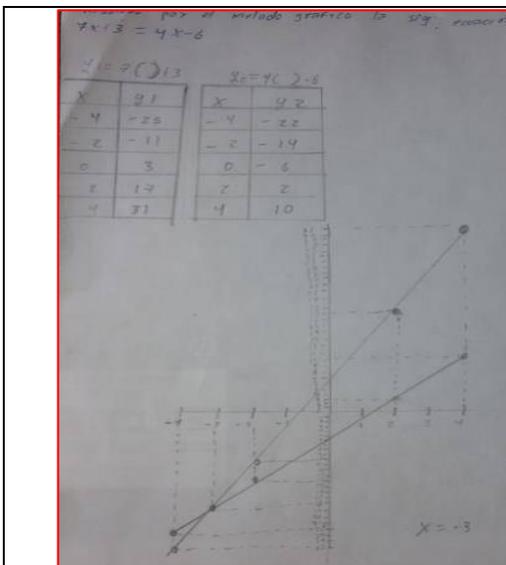


Imagen 24: Resolución correcta.

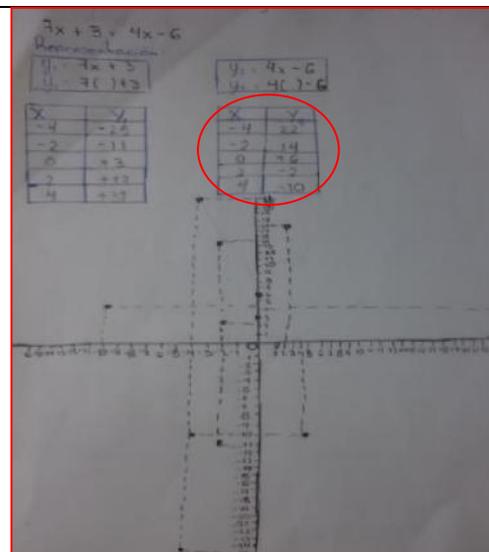


Imagen 25: Mejoría en la sustitución de valores, pero persiste la dificultad con la operatividad de números negativos.

Se resume en esta sesión que las dificultades ya mencionadas observadas en las producciones de los estudiantes de nuevo ingreso de la Preparatoria 17, se siguen presentando en menor medida y ante el nuevo reto de resolución utilizando el método gráfico, se muestran los logros alcanzados motivados estos mediante la intervención didáctica, estos se observan en el incremento del número de estudiantes que se interesa por el aprendizaje. Se evidencia una disminución cada vez mayor en las dificultades que al inicio presentaban. Sin embargo y hay que mencionarlo, al utilizar el método gráfico emana una nueva problemática detectada al realizar la sustitución de valores en una función y que obligadamente debe de ser atendida.

Capítulo 6

6. Conclusiones

El objetivo de este trabajo fue atender la problemática relacionada con dificultades y errores en la resolución de ecuaciones de primer grado, que presentan los estudiantes de nuevo ingreso a la EMS, caso particular los de la Preparatoria 17 de UAGro. Así pues, el propósito principal del trabajo fue implementar una intervención didáctica, basada en el diseño y aplicación de un plan de clase constituido en tres sesiones, para la resolución de ecuaciones de primer grado. En las que se involucraron las técnicas del gráfico transformacional, la simbólica habitual, ambas propuestas por Andonegui (2007) y el método gráfico para la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$. Y con ello, atender algunos errores y dificultades que regularmente presentan los estudiantes antes citados.

La introducción al álgebra se realiza en el primer semestre al ingresar a la EMS, a este respecto, Cruz (2006) señaló que la introducción del álgebra se realiza de manera rápida y no existe conciencia del salto entre la aritmética y el álgebra elemental, conllevando a un aprendizaje defectuoso, además, mencionó que estudiantes de carreras superiores siguen presentando errores y dificultades en el álgebra elemental debido a la enseñanza mecanizada.

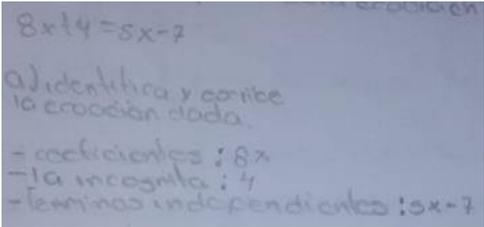
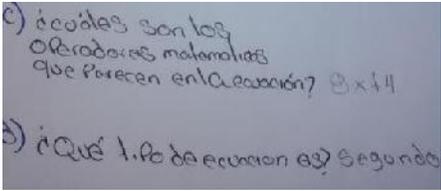
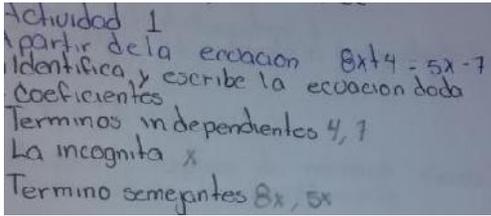
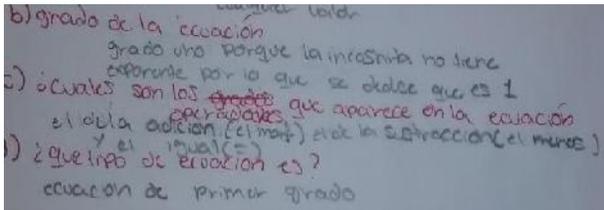
Desde mi perspectiva y experiencia en el aula, cuando se intenta establecer la enseñanza sobre la resolución de ecuaciones de primer grado, no se apoya de manera suficiente en las estrategias y herramientas adecuadas para ello. Por lo que es necesario generar esquemas mentales que faciliten la comprensión de las abstracciones utilizadas en el álgebra, basándose en lo habitual, aritmético, algebraico y geométrico, ejes de representación planteados por Socas, Camacho y Hernández (1998). Con base en lo señalado y con la información obtenida mediante la evaluación diagnóstica, se puede concluir que el desinterés de conocer y utilizar las herramientas existentes, influye de manera negativa en el logro del aprendizaje deseado y trastoca los nuevos aprendizajes matemáticos en la carrera escolar de los estudiantes.

Errores, dificultades y logros identificados durante la intervención didáctica diseñada

Primera sesión (24 estudiantes)

Se presentan los errores y dificultades presentados durante la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, así como los logros identificados durante la aplicación de la intervención didáctica. Para la actividad primera, ver tabla 6.1.

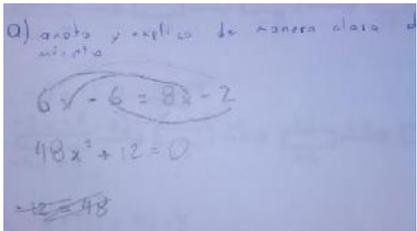
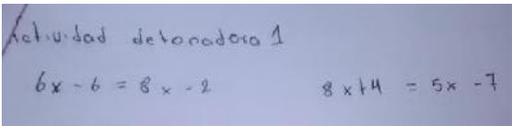
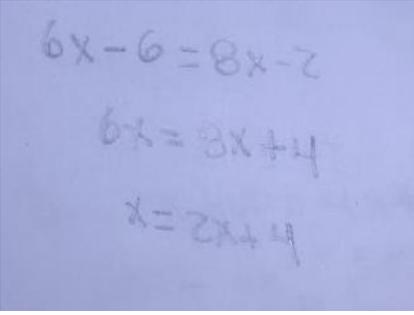
Tabla 6.1. Presentación de los errores, dificultades y logros de actividad 1, enmarcada en la intervención didáctica.

Actividad	Durante las actividades de la primera sesión		Posterior a la primera sesión
	Error	Dificultad	Logros
Identificación de los elementos que componen una ecuación de primer grado de la forma $ax + b = cx + d$.	<p>Confusión de términos semejantes e independientes.</p> <p>Ubicación de términos independientes o semejantes como un miembro de la ecuación.</p>	<p>No reconocen incógnitas en la ecuación.</p> <p>No reconocen el grado de la ecuación.</p> <p>No reconocen los operadores matemáticos de una ecuación.</p> <p>No recuerdan la definición de ecuación.</p>	<p>13 identificaron correctamente al menos uno de los elementos de la ecuación.</p> <p>6 reconocieron el grado de la ecuación.</p> <p>4 reconocieron la incógnita en la ecuación.</p>
Evidencia de errores y dificultades		Evidencia de logros	
<p>Error</p>  <p>Dificultad</p> 	 		

Una vez realizada esta actividad de la primera sesión, se observó que los estudiantes gradualmente reactivaron y/o recordaron conocimientos previos relacionados con el tema, lo que permitió una participación más activa de los mismos.

En la tabla 6.2. se presentan algunos errores y dificultades de la actividad 2, así como los logros identificados.

Tabla 6.2. Presentación de errores, dificultades y logros de actividad 2, enmarcada en la intervención didáctica.

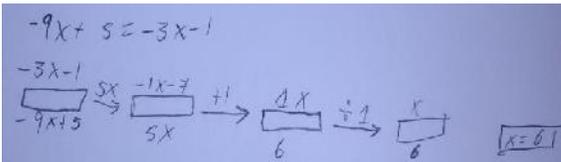
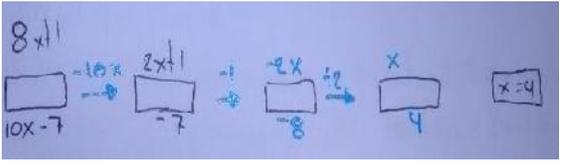
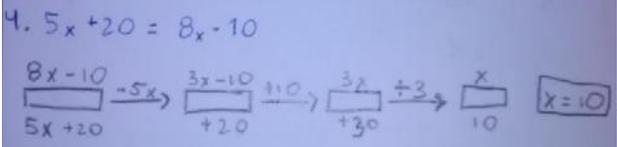
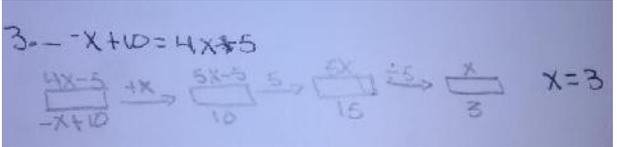
Actividad	Durante las actividades de la primera sesión		Posterior a la primera sesión
	Error	Dificultad	Logros
Resolución de una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$.	Uso inadecuado del lenguaje algebraico	Realizan incorrectamente operaciones con números negativos	1 de 24 estudiantes intentó resolver el ejercicio, sin lograrlo.
Evidencia de errores y dificultades		Evidencia de logros	
<p>Errores</p>  <p>Dificultad</p> 			
<p>Actividad detonadora 1</p> <p>$6x - 6 = 8x - 2$ $8x + 4 = 5x - 7$</p> <p>a) Anota y explica de manera clara el desarrollo de tu procedimiento. Primero se resta $6x - 6 = 8x - 2$ después se resta el primer término con el segundo o sea $6x - 6 =$</p>			

Se pudo observar durante la resolución de la actividad 2, que 23 estudiantes mostraron no poseer los conocimientos previos mínimos necesarios para poder, de alguna manera, iniciar el procedimiento de resolución de la ecuación propuesta.

En la siguiente tabla se concentran algunos los errores y dificultades presentados durante la actividad 3, así mismo se presentan algunos logros de los estudiantes.

Tabla 6.3. Presentación de los errores, dificultades y logros de actividad 3, enmarcada en la intervención didáctica.

Actividad	Durante las actividades de la primera sesión		Posterior a la primera sesión
	Error	Dificultad	Logros
Resolución de 4 ejercicios extra clase con la técnica del gráfico transformacional.	Concatenación incorrecta de términos no semejantes	Realizan incorrectamente operaciones con números negativos	9 alumnos resuelven de manera correcta los cuatro ejercicios. 4 resuelven al menos un ejercicio correctamente.

		La mayoría mostró ideas de procedimiento para resolver ecuaciones de primer grado .
Evidencia de errores y dificultades		Evidencia de logros
<p>Error</p>  <p>Dificultad</p> 	 	

El método del gráfico transformacional permitió a la mayoría de estudiantes un avance significativo en la resolución de ecuaciones de primer grado, así mismo, se pudo observar una disminución de errores y dificultades que se habían venido presentando en los estudiantes. Cabe resaltar que el método presentado hizo que los estudiantes se interesaran en la resolución de ecuaciones, así como usar o aplicar el mismo, de acuerdo con las producciones presentadas.

Segunda sesión (22 estudiantes)

En la actividad 1 de la segunda sesión, se presentaron algunos errores y dificultades, así como algunos logros los cuales se concentran en la tabla 6.4.

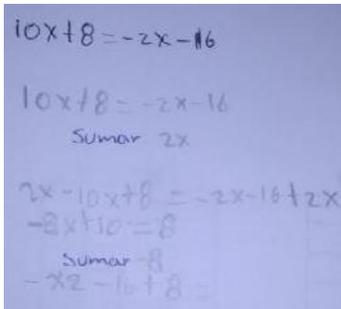
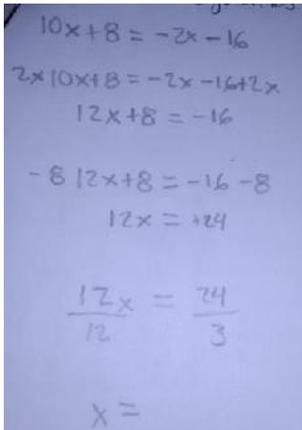
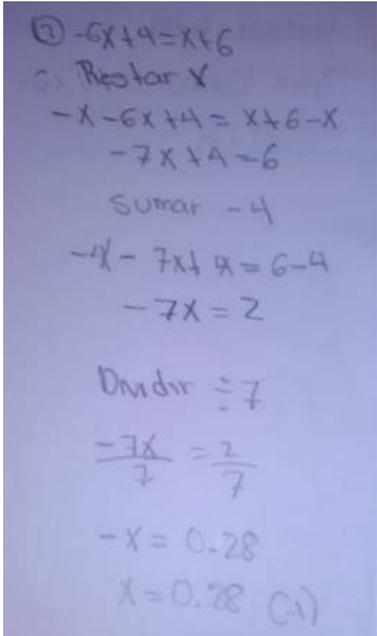
Tabla 6.4. Presentación de los errores, dificultades y logros de actividad 1, enmarcada en la intervención didáctica

Actividad	Durante las actividades de la segunda sesión		Posterior a la primera sesión
	Error	Dificultad	Logros
Presentación de la resolución de una ecuación de primer grado, utilizando a la par las técnicas del gráfico transformacional y la simbólica habitual (método algebraico).	En este momento de la segunda sesión, no se presentaron errores por parte de los estudiantes. Sino la participación de éstos se tornó activa.	No se presentó ninguna dificultad, pues los estudiantes se involucraron en la actividad y participaron activamente.	debido a que en esta parte de la segunda sesión, se concentró a la introducción de un nuevo método, no hubo forma de obtener evidencias de los logros específicos por parte de los estudiantes.

Ante las preguntas planteadas directamente, al término de la actividad los estudiantes manifestaron entender el uso de la técnica del gráfico transformacional y que éste facilitaba la resolución de ecuaciones a diferencia de otros métodos empleados tradicionalmente.

De la actividad 2, en la tabla 6.5 se presentan errores, dificultades y logros por parte de los estudiantes involucrados.

Tabla 6.5. Presentación de los errores, dificultades y logros de actividad 2, enmarcada en la intervención didáctica

Actividad	Durante las actividades de la segunda sesión		Posterior a la primera sesión
	Error	Dificultad	Logros
Resolución de 4 ejercicios utilizando la técnica simbólica habitual o método algebraico, de forma individual y colaborativa.	Concatenación de términos no semejantes. Realizan operaciones aritméticas innecesarias. Agregan términos y signos de manera arbitraria sin razón matemática alguna.	Se siguen presentando dificultades al operar con números negativos.	Durante el trabajo colaborativo se observó la disminución de errores y dificultades en los estudiantes.
Evidencia de errores y dificultades		Evidencia de logros	
<p>Error</p>  <p>Dificultad</p> 			

Con base en las producciones de los estudiantes, se pudo observar un avance tanto en el interés por aprender a resolver ecuaciones de primer grado, como por resolver las mismas. Lo anterior se fundamenta en los siguientes hechos: el número de alumnos que participó de manera activa se incrementó, la mejoría lograda en cuanto a la claridad procedimental durante la resolución y la disminución de errores y dificultades comparado con las mostradas al inicio de la intervención.

Por otro lado cabe señalar que el tiempo utilizado en la resolución de los ejercicios fue excesivo. También es importante mencionar que algunos estudiantes no mostraron claridad ni seguridad en cuanto a la realización de operaciones, lo que se atribuye a la naturaleza abstracta del álgebra, pues aparece nuevamente la confusión en usar indistintamente los términos algebraicos e independientes en esta técnica de resolución.

Tercera sesión (26 estudiantes)

De la actividad 1 se identificaron algunos errores y dificultades, así como algunos logros que se presentan en la tabla 6.6.

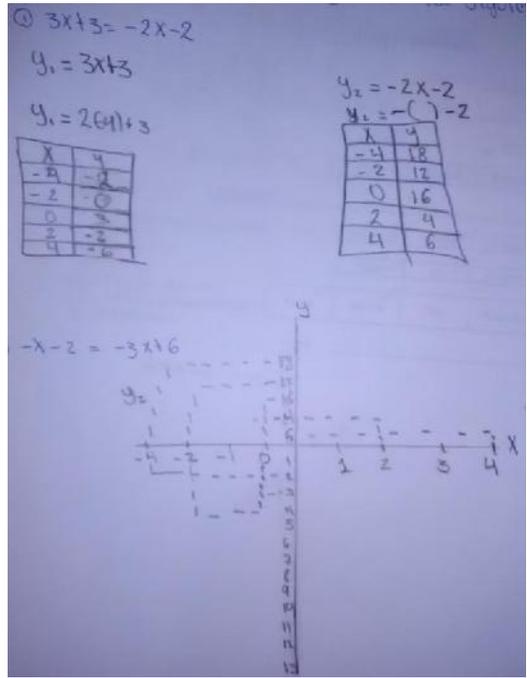
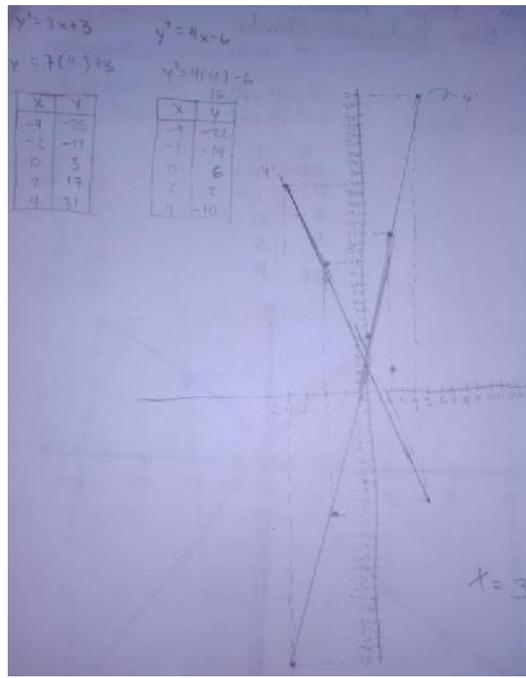
Tabla 6.6. Presentación de los errores, dificultades y logros de actividad 1, enmarcada en la intervención didáctica

Actividad	Durante las actividades de la tercera sesión		Posterior a la primera sesión
	Error	Dificultad	Logros
Presentación de la resolución de una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$, utilizando el método gráfico.	Durante la presentación del método gráfico se observó la participación activa de los estudiantes y no se presentaron errores de estos.	Debido al involucramiento de los estudiantes en la actividad no se presentó ninguna dificultad.	La mayoría se interesó por el nuevo método, pues éste permitió visualizar en el plano cartesiano la solución de la ecuación o el valor de la incógnita buscada.

Al finalizar la presentación de la actividad 1, la mayoría de los estudiantes manifestó desconocer el método gráfico, mencionada que dicho método es más largo, laborioso y complicado, manifestando además que con éste eran más propensos a cometer errores durante la resolución.

En la siguiente 6.7. se concentran algunos errores, dificultades y logros de la actividad 2.

Tabla 6.7. Presentación de los errores, dificultades y logros de actividad 2, enmarcada en la intervención didáctica.

Actividad	Durante las actividades de la tercera sesión		Posterior a la primera sesión
	Error	Dificultad	Logros
Resolución de dos ejercicios utilizando el método gráfico, de forma individual y colaborativa.	Algunos estudiantes no realizaron el método gráfico, es decir, no lograron representar en el plano los pares ordenados (graficación). Al no ordenar la numeración de los ejes coordenados, no identificaron el valor de la incógnita buscada.	Presentan dificultad al realizar operaciones con números negativos. Realizan incorrectamente la sustitución de valores.	En el trabajo individual se observó interés por aprender el método gráfico, ya que 19 estudiantes participaron de manera activa, aunque presentándose algunas dificultades. Disminuyen errores y dificultades en el trabajo colaborativo.
Evidencia de errores y dificultades		Evidencia de logros	
			

Los procedimientos en las producciones de los estudiantes, muestran en parte, que éstos ganan claridad pues se observa limpieza en el desarrollo de la resolución, lo que se asocia con la seguridad al realizar procedimientos. Sin embargo, hubo estudiantes, que mostraron

confusión e inseguridad en lo que realizaban, además de caer en la desesperación por el exceso de tiempo empleado y creemos que estas razones abandonaron la actividad.

Durante el desarrollo del plan de clase, en las producciones realizadas de estudiantes se pudo observar una nueva problemática: relacionada con la sustitución de valores en la ecuación, se da combinando la aritmética y el álgebra, es decir, los estudiantes ponen en juego lo que han aprendido desde la aritmética y la usan sin darse cuenta en operaciones que requieren del álgebra, los resultados mostraron que 18 de 26 estudiantes realizaron la combinación mencionada. Esta problemática, en otro momento obligadamente deberá de ser atendida.

Por otro lado, es importante señalar que en los libros de textos propuestos por la DGB y la UAGro presentados en el capítulo 2, no se proponen diferentes métodos o técnicas de resolución de ecuaciones de primer grado, se limitan a presentar el método algebraico referido por Andonegui (2007), como “técnica simbólica habitual” y en el caso del libro de la DGB presenta además el método gráfico, pero planteado desde una perspectiva en la que se da por hecho que el alumno posee los conocimientos necesarios para enfrentar este tipo de situaciones. Sin embargo, mediante las producciones obtenidas tanto en la evaluación diagnóstica como en la intervención didáctica, se evidenció que no es así.

Es importante señalar que la mayoría de estudiantes de nuevo ingreso a la EMS, carecen de conocimientos básicos necesarios, por ende las dificultades se agudizan al realizar operaciones algebraicas y más aún al resolver ecuaciones de primer grado. De ahí el éxito de la utilización de métodos y técnicas diferentes a los usados tradicionalmente en el aula, tal vez influenciados por los libros de texto. Pues se observó un avance significativo en los estudiantes participantes como bien lo muestran los resultados de este trabajo.

Es necesario entonces que el docente promueva la enseñanza – aprendizaje de la resolución de ecuaciones de primer grado, utilizando técnicas diferentes a las propuestas en los documentos institucionales que faciliten al estudiante, la apropiación correcta del lenguaje abstracto que se utiliza en el álgebra y se logre el aprendizaje.

6.1 Recomendaciones

Es preciso que previo a abordar la resolución de ecuaciones de primer grado, es importante y adecuado realizar con los estudiantes una evaluación diagnóstica oral y escrita, la que permitirá observar debilidades y fortalezas sobre este tema. Ya que comúnmente se da por hecho que los alumnos cuentan con los conocimientos establecidos en los planes y programas de estudio. De modo que el tema se aborda de manera rápida sin hacer una evaluación diagnóstica. El hecho de partir del conocimiento con que cuentan los estudiantes al momento de trabajar con la resolución de ecuaciones de primer grado, da la oportunidad de saber que técnica es la adecuada a utilizar para que estos logren los aprendizajes esperados en el tema mencionado.

Bibliografía

- Ander-Egg, E. (1993), *La Planificación Educativa*, (1ª. ed). Argentina: Magisterio del Río de la Plata.
- Andonegui, M. (2007). Introducción al álgebra, *Federación internacional de fê y alegría*, (19) 5-29.
- Aranda, C. y Callejo, M. (2010), Diseño de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje para la Construcción del Concepto de Dependencia Lineal, *Investigación en Educación Matemática (XIV)* 199-210.
- Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y pensamiento matemático*, (1ª ed.), Edo. De México: Pearson Educación.
- Carrión, V. (2007). Análisis de errores de estudiantes y profesores en expresiones combinadas con números naturales. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (11) 19 – 57.
- Chalou, L. y Herscovics, N. (1984). Using literal symbols to represent hidden quantities. *Enseñanza de las Ciencias*, 7 (3). 64-70.
- Chavarría, J. (2006), *Teoría de las Situaciones Didácticas*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Año 1 2-10, Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Cruz, M. (2006). *Diagramas interactivos para mejorar la enseñanza del despeje de variables en educación media superior*. Tesis de Licenciatura, Universidad Central de Venezuela, Venezuela.
- Dewey, J. (1938). *Logic: The theory of inquiry*. Estados Unidos: Henry Holt and Company, Inc.
- Díaz, J. (2009). Aplicación de nuevas técnicas y estrategias del aprendizaje cooperativo y significativo en la enseñanza de la matemática: dos alternativas que sustentan la capacitación y/o preparación del joven del siglo XXI en el continuo devenir humano. Argentina: El Cid.
- Díaz, M., Lozano, Haye, E., Montenegro, F. y Córdoba, L. (20015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *UNIÓN*, (41) 23.
- Figuroa, B., Aillon, M. y Kloss, S. (2016). El plan de clase, un género profesional: cómo lo narran y legitiman los profesores novatos desde el paradigma de la multimodalidad. *Redalyc*, (513) 233 – 250.
- Gallardo, A. y Pizón M. (2000). Semántica versus sintaxis en la resolución de ecuaciones lineales. *Educación Matemática*, 12 (2) 81-96.

Bibliografía

- González, F. y Diez, M. (2002). Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Álgebra. Propuesta para la interacción didáctica. *Revista Complutense de la Educación*, 13 (1) 281-302.
- Herrera, N; Montenegro, W; Poveda, S. (2012), Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (35) 254-287.
- Kieran, C. y Filloy, E. (1990). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias*, 229 – 240
- Liston, D. y Zeichner, K. (1993). *La formación del profesorado y las condiciones sociales de la enseñanza* (2ª ed). Madrid: Morata.
- Maffey, S. (2006). *Estudio sobre la meta cognición y competencia de profesores y estudiantes en relación al tema de las ecuaciones lineales*. Tesis de maestría, IPN, CINVESTAV, D.F., México.
- Medina, L. y Lozano, A. (2015). La RIEMS y la formación de los docentes de la Educación Media Superior en México, antecedentes y resultados iniciales. *Redalyc* (37) 108-124.
- México, Universidad Autónoma de Guerrero (2013). *Modelo Educativo: Hacia una educación de calidad con Inclusión social*. Chilpancingo, Gro.
- Ortega, A., Sánchez, F. y Flores, E. (2010). *Matemáticas I*, (2ª reimpresión). México: Programa Editorial del Nivel Medio Superior.
- Pérez, A. (2014). La intervención didáctica como alternativa para transformar la práctica. *Educación y orientación*, (1).
- Quiles, O. y Zaragoza, J. (2014). Educación Media y Superior en México: análisis teórico de la realidad actual. *DEDiCA, REVISTA DE EDUCAÇÃO E HUMANIDADES*, (6) 59-72.
- Ramírez, M. y De Castro, C. (2014). Trayectorias de aprendizaje de la multiplicación y la división de cuatro a siete años. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 31 (3), 41-56.
- Ramos, E. y Flores, P. (2016). Reflexión sobre la práctica de profesores de matemáticas en un curso de formación continua. *UNIÓN*, (46) 71-89.
- Rey, J. (2012). *Unidad didáctica sobre ecuaciones de primer grado en 2º de E.S.O.* Memoria de trabajo de fin de Maestría, Universidad de Granada, España.
- Rodríguez, A. y Delgado, M. (2007). La enseñanza por contrato en el EESS. Una experiencia en ciencias de la actividad física y el deporte II: Jornadas de innovación docente: Granada. España.
- Sánchez, R. (2016). *Planeación Didáctica Argumentada. Corazón de la evaluación docente*, (1ª ed.), México: Trillas.

Bibliografía

- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York: Basic Books.
- Socas, M.; Camacho, M.; Hernández, J. (1998). Análisis didáctico del lenguaje algebraico en la enseñanza Secundaria. *Revista Interuniversitaria de formación del profesorado* (32) 72 – 86.
- Tejeda, M. (2009). *LA PLANEACIÓN DIDÁCTICA*. Teorías del aprendizaje y la planeación didáctica. México: Editado por la ENP.
- Trejo E. y Camarena P. (2009). Problemas contextualizados: Una estrategia didáctica para aprender matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (22) 831-840
- Villalobos, J., y Cabrera, C. (2009). Los docentes y su necesidad de ejercer una práctica. *Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales*, (14) 139-166.
- De León, D. (2015). *Evaluación integral de competencias en ambientes virtuales de aprendizaje. Una aproximación a la evaluación del aprendizaje*. Recuperado el 24 de octubre de 2018 desde: <https://docplayer.es/3399393-Diana-dolores-janitzio-de-leon-cerda-pp-56-a-89-universidad-de-guadalajara-1.html>
- México, DGB (2017). *Matemáticas I*: Programa de estudio. Recuperado el 10 de septiembre de 2017 desde: https://www.dgb.sep.gob.mx/informacionacademica/programas-de-estudio/1er_SEMESTRE/Matematicas_I_biblio2014.pdf
- México, SEP (2013). *Ley General del Servicio Profesional Docente*. Guía para la elaboración de la Planeación didáctica argumentada. Distrito Federal: Autores. Recuperado el 12 de julio de 2017, desde: <http://servicioprofesional-docente.sep.gob.mx/>
- México, SEP (2016). *Ley General del Servicio Profesional Docente*. Guía para la elaboración de la Planeación didáctica argumentada. Recuperado el 14 de julio de 2017, desde: <http://servicioprofesional-docente.sep.gob.mx/>
- México, SEP (2017). *Modelo Educativo para la Educación Obligatoria: Educar para la libertad y la creatividad*. Recuperado el 10 de agosto de 2017, desde: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/198738/Modelo_Educativo_para_la_Educacion_Obligatoria.pdf
- Ramírez, M. y De Castro, C. (2015). *Caminos de Aprendizaje para Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Sustracción*, (16) 167-192. Recuperado el día 15 de mayo de 2017 desde: https://www.researchgate.net/publication/301462574_Caminos_de_aprendizaje_para_problemas_aritmeticos_de_estructura_aditiva_de_sustraccion