Comprensión del concepto derivada por medio de conexiones

Camilo A. Rodríguez Nieto, Flor Monserrat Rodríguez

Resumen:

El objetivo de este trabajo es analizar la comprensión de estudiantes de matemáticas de nivel superior cuando resuelven problemas que involucran a la derivada estableciendo conexiones. El fundamento teórico utilizado se basa en la definición de comprensión y las categorías de evidencias concepción, representación, conexión y aplicación propuestas por Kastberg. Se empleó la metodología de tipo cualitativa y en el análisis y resultados parciales se consideraron importantes las producciones escritas donde se evidenció la riqueza de las conexiones que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas de derivada y su contribución a la comprensión del mismo concepto.

Palabras clave: compresión, derivada, conexiones.

I. Introducción

La comprensión del concepto derivada ha sido estudiada desde distintos enfoques teóricos (e.g., Asiala, Cottrill, Dubinsky & Schwingendorf, 1997; Badillo, Font y Azcárate, 2005; Font & Contreras, 2008; Pino-Fan, Godino y Font, 2015; Sánchez-Matamoros, 2014). Asimismo, se considera importante el estudio de este concepto por la variedad de aplicaciones y representaciones disponibles en la resolución de problemas por parte de estudiantes y profesores en el bachillerato y en el ámbito universitario (e.g., Dolores, 2007; Fuentealba, Sánchez-Matamoros y Badillo, 2015). Sin embargo, en el transcurso de los años algunas investigaciones (e.g., Artigue, 1995, Sánchez-Matamoros, García y Llinares, 2008) han reportado que algunos estudiantes presentan dificultades para comprender el concepto derivada evidenciando un bajo nivel en la resolución de problemas, debido a que proceden de manera mecánica. Otras investigaciones (e.g., Badillo, Azcárate y Font, 2011) señalaron que, en los profesores se logran evidenciar dificultades al confundir la derivada de la función con la derivada en un punto. De lo anterior, este trabajo tiene como objetivo analizar la comprensión de estudiantes de nivel superior sobre la derivada.

II. Aspectos teóricos

En los elementos teóricos utilizados se destaca la definición de comprensión y las categorías de evidencias propuestas por Kastberg (2002). En este trabajo se entiende por comprensión matemática de un sujeto sobre un concepto como la colección de creencias privadas sobre el concepto. La comprensión se da cuando, en función del análisis de la evidencia disponible, el sistema de creencias atribuido al estudiante es consistente con las creencias aceptadas culturalmente sobre el concepto (Kastberg, 2002).

II.1 Categorías de evidencias de la comprensión

La concepción: son ideas comunicadas por un sujeto sobre el concepto matemático. También, las concepciones pueden ser el resultado de varios factores incluidos, pero no limitados a, los objetivos del estudiante para su actividad matemática. Además, la concepción de un alumno afecta como se aplica el concepto, por lo tanto, su concepción es evidencia de su comprensión del concepto.

La representación: consiste en símbolos que utiliza un sujeto para pensar sobre el concepto matemático y comunicarlo a otros. Las cuatro maneras de representación según Kastberg son: escritos, pictóricos, tabulares y orales.

- Las representaciones escritas son una colección de letras y números, así como las anotaciones que los estudiantes usan para pensar y comunicar un concepto matemático en la escritura.
- Las representaciones pictóricas son imágenes que los estudiantes usan para pensar y comunicar visualmente un concepto matemático.
- Las representaciones tabulares son tablas de datos numéricos que los estudiantes usan para pensar y comunicar un concepto matemático.
- Las representaciones orales son palabras habladas y expresiones que los estudiantes usan para hablar sobre un concepto matemático.

La conexión: se centra en la traducción de una representación de un modo a otro o transformar una representación en otra del mismo modo. Por ejemplo, cuando un sujeto traduce una representación del modo pictórico a uno de modo escrito. También, si el sujeto conecta el gráfico, una representación pictórica y su expresión algebraica en una representación escrita. La evidencia de una conexión se puede observar cuando un sujeto relaciona dos o más representaciones (Kastberg, 2002).

La aplicación: se refiere al uso del concepto matemático para resolver problemas. Si un sujeto utiliza un concepto matemático para resolver un problema, ha vinculado el problema con el concepto. Este enlace indica una comprensión de cómo el concepto puede ser utilizado en un problema (Kastberg, 2002).

III. Metodología y resultados parciales

El trabajo se llevó a cabo siguiendo una metodología cualitativa (Merriam & Tisdell, 2015). Con base en las categorías de evidencias propuestas por Katsberg (2002), se diseñó una actividad con diez problemas, aplicada a tres estudiantes voluntarios de licenciatura en matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. Los estudiantes participantes se codificaron como participantes (P1, P2 y P3). En este caso se presentará uno de los procedimientos realizados por P3 y las conexiones que realizó, ver tabla 1.

La respuesta del participante 3 es adecuada para la solución del problema 1, evidenciando una buena concepción sobre el objeto matemático en estudio. En este caso, el participante 3 explica por medio de una representación gráfica cuando la derivada de una función es secante a la gráfica de la función original y coloca los puntos estableciendo una relación con la derivada como límite. Utiliza el registro algebraico y el significado de la derivada como límite presentando el cociente incremental, haciendo referencia a la derivada de una función en un punto cuando $\Delta x \to 0$ entonces $h \to x$.

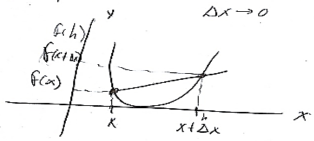
Problema 1	Respuesta
Consideras que la derivada de una función en un punto x_0 resulta del problema de calcular la tangente a la gráfica de la función en el punto de la abscisa x_0? Justifica tu respuesta.	si para el caso de una variable ya que es $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$  $x_0 = x+\Delta x$ si $\Delta x \to 0 \Rightarrow x_0 \to x$ $\lim\limits_{h \to x} \frac{f(h)-f(x)}{h-x}$

Tabla 1. *Solución del problema 1 por parte del participante 3*

Cabe señalar que, la representación gráfica no se evidencia cuando la recta es tangente a la curva en un punto. La conexión que establece este participante es: *concepciones acerca del objeto matemático-representación gráfica-registro verbal-registro algebraico*. Lo anterior asociado a la derivada como límite.

IV. Conclusiones

A manera de conclusión, se muestra el potencial de las conexiones que realizó el participante 3, donde transita por un registro gráfico para mostrar las características de la gráfica de la función y su derivada como recta secante. Asimismo, se destaca la utilidad de la definición de límite con sus incrementos para dar solución de forma analítica y algebraica, lo que evidencia una buena concepción de la derivada. Por tanto, de esta forma se puede contribuir a la comprensión del concepto derivada a través de conexiones.

Referencias Bibliográficas

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), Ingeniería didáctica en educación matemática (un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., y Schwingendorf, K. (1997). The development of student's graphical understanding of the derivate. Journal of Mathematical Behavior, 16 (4), 399-431.

Badillo, E., Font, V., y Azcárate, C. (2005). Conflictos semióticos relacionados con el uso de la notación incremental y diferencial en libros de física y de matemática del bachillerato. Enseñanza de las Ciencias, Número Extra, VII Congreso, 1-6.

Badillo, E., Azcárate, C., y Font, V. (2011). Análisis de los niveles de compresión de los objetos f'(a) y f'(x) en profesores de matemáticas. Enseñanza de las Ciencias, 29(2), 191–206.

Dolores, C. (2007). Elementos para una aproximación variacional a la derivada. México: Díaz de Santos.

Font, V. y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. Educational Studies in Mathematics, 69, 33-52.Fuentealba, C., Sánchez-Matamoros, G., y Badillo, E. (2016). Análisis de tareas que pueden promover el desarrollo de la comprensión de la comprensión. Uno revista de didáctica de las matemáticas, 71, 72-77.

Kastberg, S. (2002). Understanding mathematical concepts: The case of the Logarithmic Function. (Tesis doctoral). The University of Georgia, Athens, Georgia.

Merriam, S. B. y Tisdell, E. J. (Ed.). (2015). Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation. United States of America: Jossey-Bass.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., y Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. Bolema, 29(51), 60-89.

Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 11(2), 267-296.

Autores:

Camilo A. Rodríguez Nieto. Universidad Autónoma de Guerrero, México.
camilo.731@hotmail.com
Flor Monserrat Rodríguez. Universidad Autónoma de Guerrero, México.
flor.rodríguez@uagro.mx