

La actitud proactiva y la proporcionalidad

María S. García González⁷ y Rosa María Farfán Márquez⁸

Palabras clave: Actitud, socioepistemología, proporcionalidad.

Resumen

El presente escrito tiene la intención de discutir el papel del saber matemático en las actitudes hacia las matemáticas, el motivo obedece a que, en la larga tradición de investigación sobre actitud en matemática educativa, el saber matemático ha quedado opacado, aludiéndose siempre a la dicotomía gusto o disgusto hacia las matemáticas. En una intervención realizada con estudiantes de educación secundaria en México, centrada en la proporcionalidad como saber matemático, encontramos evidencia de una actitud proactiva relacionada con la forma en que la actividad matemática se presentó, las características personales de los estudiantes y los significados asociados a la proporcionalidad.

Introducción

La matemática educativa es la disciplina que tiene como objeto de estudio los fenómenos relacionados con el aprendizaje de las matemáticas. Dicho aprendizaje se refiere al proceso de construcción de conocimientos del

⁷ Universidad Autónoma de Guerrero. Correo-e: mgargonza@gmail.com.

⁸ Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Correo-e: rfarfan@cinvestav.mx

individuo basados en la instrucción, la experiencia, el razonamiento y la observación. En este proceso, indudablemente humano, intervienen factores de diferente naturaleza: cognitivos, contextuales, culturales y afectivos. Estos últimos son la motivación del presente escrito. Nuestro interés principal es el estudio de la actitud, constructo que se estudia desde el llamado dominio afectivo.

La teoría socioepistemológica (Cantoral, 2013) al reconocer la componente social del saber matemático permite estudiar fenómenos sociales, es decir, aquellos que son producto de las relaciones entre las personas, relacionados con dicho saber. En este sentido, el presente trabajo se realizó bajo esta perspectiva y tuvo como objetivo el estudio de un fenómeno social, *las actitudes*, centrado en un saber matemático, *la proporcionalidad*.

Considerando la actitud como la disposición del estudiante hacia el trabajo con lo proporcional, y retomando el modelo TMA (Tridimensional Model of Attitude, Di Martino & Zan, 2010), en García-González (2016), encontramos que cuando el saber matemático se vuelve objeto de actitud, el TMA se define como muestra la figura 1.

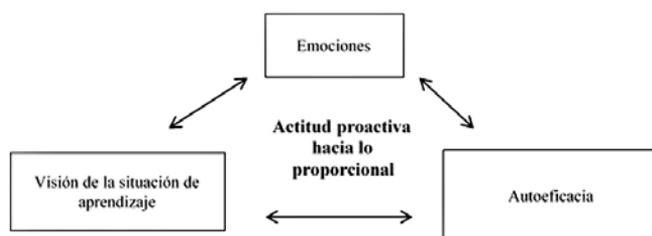


Figura 1. Modelo de Actitud proactiva hacia la proporcionalidad (García-González, 2016).

Las dimensiones del modelo de actitud proactiva se definen como sigue:

- 1) Las *emociones* son las reacciones que se desencadenan en el trabajo con las situaciones de aprendizaje y con el saber puesto en juego.
- 2) La *visión de la situación de aprendizaje* es la valoración que el estudiante hace del diseño de la situación de aprendizaje y de su interacción con ésta.
- 3) La *autoeficacia* la definimos como la creencia en las habilidades personales para hacer frente a una situación planteada, dicha creencia está permeada por las concepciones que de la matemática

escolar se tengan, producto de las vivencias en las clases de matemáticas, así como de la confianza que se tenga de trabajar con el saber matemático en cuestión.

En el modelo TMA cada una de sus dimensiones: emoción, visión de la matemática y competencia del estudiante se definen de manera dicotómica, las emociones son vistas como el gusto o disgusto hacia las matemáticas, la visión de la matemática como instrumental o relacional, y se considera al estudiante competente cuando puede resolver un problema planteado y en el caso contrario se considera no competente. A diferencia de las dimensiones del TMA, las dimensiones de la actitud proactiva que encontramos no son siempre dicotómicas, sino multifactoriales.

Actitud proactiva hacia lo proporcional

El Modelo de Actitud proactiva hacia la proporcionalidad (García-González, 2016), que presentamos, es el resultado de una intervención desarrollada con veinte estudiantes (diez mujeres y diez hombres; de 14-15 años de edad) de una secundaria pública de la ciudad de México. Estos estudiantes asistieron por invitación de su profesor de matemáticas a un taller con sede en el Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional sede Zacatenco (Cinvestav-IPN), por tres meses, de septiembre a diciembre de 2014, en sesiones de una hora semanal.

El taller llamado “Resolviendo Situaciones de Aprendizaje” fue conducido por la primera autora, y tuvo como objetivo caracterizar las actitudes de los estudiantes hacia la proporcionalidad. En él se resolvieron diez Situaciones de Aprendizaje (SA_n, n denota del 1 al 10 el número de SA) centradas en dos tipos de tareas sobre proporcionalidad, mezclas, y escalas. Para dar cuenta de las actitudes se utilizó como modelo previo el TMA.

Como fuentes de evidencia en este estudio se usaron: i) videgrabaciones de los estudiantes resolviendo las diferentes situaciones de aprendizaje; ii) entrevistas individuales, posterior a la resolución de las situaciones; iii) entrevistas en grupos focales para conocer la relación de los estudiantes con las matemáticas; iv) las producciones de los estudiantes de las hojas de actividades de las situaciones de aprendizaje.

Toda esta evidencia se analizó tomando como referencia el modelo TMA, haciendo uso de la codificación por Teoría Fundamentada (Glaser & Strauss, 1967), las dimensiones de este modelo fueron las categorías previas que fueron redefiniéndose con la evidencia recolectada.

Como resultado del análisis, encontramos un solo tipo de actitud que llamamos, proactiva debido a que todos los participantes mostraron disponibilidad para resolver las situaciones de aprendizaje propuestas, además de que mostraron iniciativa en el desarrollo de éstas con el fin de resolverlas. Empero, la proactividad se manifestó de forma diversa, la razón fue la personalidad de cada uno de los participantes y el tipo de tarea proporcional enfrentado. La actitud proactiva aparece en un aula extendida, es decir cuando hay alguien que aprende y un medio por el cual lo hace. Pudiera ser que en otro entorno las propiedades de las categorías cambien, por ejemplo, en el aula de clases, por las características concretas de éste.

La pretensión de este escrito se centra en las dimensiones de este modelo, en aras de discutir el papel de la proporcionalidad en la actitud manifestada por estudiantes cuando trabajan situaciones de aprendizaje centradas en dicho saber, para ello procederemos en las siguientes secciones a explicar cada una de las componentes y su relación con la proporcionalidad, como evidencia se presenta lo que ocurrió en el taller desarrollado.

Las emociones

La componente emociones las entendemos de acuerdo con la teoría OCC (Denominada OCC, por las iniciales de sus autores Ortony, Clore & Collins, 1988) como *las reacciones de valencia* a eventos, agentes u objetos. Basados en los fundamentos de esta teoría encontramos cuatro tipos de emociones desencadenadas por el trabajo con las Situaciones de Aprendizaje (SA), y por su diseño (tabla 1), éstas fueron: la congoja, el júbilo, el agrado y el desagrado. Ellas se presentan de manera dicotómica, congoja y júbilo, agrado y desagrado. Cada par aparece cuando las situaciones desencadenantes ocurren de manera opuesta, por ejemplo, cuando se tiene la respuesta a la SA aparece el júbilo, de lo contrario aparece la congoja; agrado y desagrado se desencadenan por características específicas del tipo de tarea proporcional y el diseño de la SA.

Las tareas de mezcla priorizaban la comparación entre dos variables que podían fusionarse, particularmente el caso de líquidos mezclados, por

ejemplo, agua y jugo, pintura de color verde y pintura de color azul. En estas tareas la toma de decisiones desencadenó en algunos participantes agrado y en otros, desagrado. En las tareas de escala se priorizó el uso de la constante de proporcionalidad k , a veces entera y a veces decimal, en estas tareas el desagrado se desencadenó por trabajar con una constante de proporcionalidad no entera y el agrado por trabajar con una constante de proporcionalidad entera.

En lo señalado en el párrafo anterior, se resalta que las características de la proporcionalidad en diferentes situaciones generan rechazo o aceptación por parte de los estudiantes. En el caso de las tareas de mezcla el agrado fue consecuencia de tener recursos para validar el sabor de la mezcla (agua-jugo de naranja) al probarla, para otros esta misma situación fue de desagrado por no lograr establecer desde su perspectiva un “buen sabor a naranja”, mayor sabor a naranja. En el caso de las tareas de escala, para algunos alumnos trabajar con un $k=0.75$ representó dificultades y por consecuencia rechazo, por ser una cantidad compleja de manipular, al representar tres cuartas partes, en comparación con la mitad, o el doble, cantidades que para ellos son fácilmente manipulables.

Acerca de las emociones durante la resolución de problemas, la literatura ha reportado que los estudiantes experimentan diferentes emociones mientras resuelven un problema, pueden sentirse aburridos, enfadados, ansiosos, relajados, felices o nerviosos (Goldin, 2014; Op ’t Eynde, De Corte & Verschaffel, 2006, Martínez-Sierra & García-González, 2014; 2016; 2017). Nuestros resultados aportan más evidencia que la desencadenada por la resolución de problemas, se evidencia cómo las emociones son desencadenadas por la naturaleza de los problemas de proporcionalidad, como el uso de la constante de proporcionalidad con números no enteros. Este resultado coincide con lo señalado por Lamon (1993) en su investigación, ella encontró que los estudiantes llegan a frustrarse fácilmente con este tipo de problemas, pero el afecto no era el objetivo de su investigación.

Otro de nuestros aportes es que se ha encontrado que el diseño de la SA influye en las valoraciones de los estudiantes, por ejemplo, en las tareas de mezcla se notó una inclinación de agrado, donde tuvieron que preparar las mezclas. Este resultado concuerda con lo que Pepin (2011) señala, ella dice que la manera en que la matemática sea presentada es un factor que influye las actitudes hacia las matemáticas.

Tabla 1. Tipos de emociones de la actitud proactiva

Fuente	Situación desencadenante	Emociones
Trabajo con las SA (Dar o no respuesta a la SA)	Al dar una respuesta o argumentarla (acontecimiento deseable)	júbilo
	No saber la respuesta (acontecimiento indeseable)	congoja
Diseño de la situación de aprendizaje	Agrado por un objeto atractivo	agrado
	Desagrado por objeto repulsivo	desagrado

Desde la OCC la congoja se define como *descontento por un acontecimiento indeseable*, en la evidencia identificamos la congoja cuando no se podía o no se tenía respuesta a una pregunta. Interpretamos que el no estar seguros de la respuesta es un acontecimiento indeseable que genera descontento, y por tanto congoja.

El siguiente episodio fue parte de la SA7, donde los estudiantes trabajaron junto a sus madres en equipos para preparar mezclas diferentes: H (hombre) y M (mujer) denotan el sexo del participante, el número obedece al número de lista asignado. En negritas se resalta la emoción.

H1 Toma dos jarras de diferente tamaño para preparar el agua, H1 y H3 en una jarra agregan 3 litros de agua y en la otra 4 con ayuda de sus mamás.

[1] Mamá de M2: ¿Cuánto debes de poner [concentrado] a cada jarra?

[2] M2: Toma [le da el concentrado a H1 y les pregunta a H1 y H3].

[3] H1 **se muestra dudoso al tener que dar la respuesta**, se toma un rato para pensar, pero no da respuesta debido a que H3 es el que contesta.

[4] H3: Mmm, como que la mitad.

El caso contrario, cuando el aprendiz sí puede dar una respuesta (acontecimiento deseable) se genera alegría, desde la OCC esto coincide con la definición de la emoción; “Júbilo, contento por un acontecimiento deseable”. En el siguiente episodio M2 explica su elección entre dos recetas para preparar agua de naranja (se trata de la situación de aprendizaje 2, SA2), el

júbilo aparece cuando puede argumentar la elección de la receta, es decir cuando tiene la respuesta a la SA a la que se enfrenta.

El siguiente fragmento es una entrevista de la primera autora de este escrito (M) a M2 después de su trabajo con la SA2. En negritas se destacan evidencias de emoción, y en cursiva los argumentos que usa M2 en sus respuestas. Se trataba de la toma de decisión entre las siguientes propuestas:

Propuesta de Tere	
Jarabe de jamaica	2 litros
Agua natural	3 litros

Propuesta de César	
Jarabe de jamaica	3 litros
Agua natural	5 litros

M: En la clase anterior dijiste que *hay que echar más sabor*.

M2: *Pero era naranja, la naranja de Bonafina está menos fuerte comparada con el sabor del concentrado.*

M: Entonces, ¿depende del sabor del agua?

M2: Sí, yo creo que sí [**sonríe**], *la mejor propuesta es la que sepa mejor, a Jamaica, pero no muy fuerte. Por eso la de César es la mejor.*

M: Considera que le van a echar hielo al agua.

M2: Sí es cierto, bueno eso cambia las cosas [**se queda callada** un rato]... porque así se va *a diluir más el concentrado*, no vi eso, bueno si fuera así está mejor la de Tere, así el hielo le bajará más el sabor. ¿Puedo cambiar mi respuesta?

M: ¿Por qué la cambiarías?

M2: Porque no consideré lo del hielo, ahora que usted dijo me acordé, creo que la mejor es la de Tere en este caso.

M: ¿Y si no le ponemos hielo?

M2: [**Se queda callada**]... Bueno entonces la de César estaría bien, mejor que usen agua fría y así ya no muevo mi respuesta [**expresión en su cara de felicidad**].

M: ¿Cómo?

M2: Sí [**sonríe**], yo digo que la receta de César está bien, el sabor será bueno, pero si le agregan hielo se va a hacer agua, entonces yo diría que se use agua fría y se pongan en cantidades de la receta de César, así quedaría bien.

M: Tú dices entonces que la cantidad de agua influye.

M2: Sí, comparada con la de jarabe, por eso yo elegí la de César y no la de Tere.

M: Entiendo, pero si tuvieras que elegir sólo una propuesta, ¿cuál sería?

M2: La de César, y si le echan hielo eso es ya cuando está preparada entonces **me arriesgo** a decir que sea esa.

De acuerdo con los fundamentos de la OCC, la valoración que el estudiante hace de las emociones de bienestar, grupo al que pertenecen la congoja y el júbilo, se desencadenan por una valoración basada en metas, identificamos que la meta de persecución activa (meta planteada a largo plazo, *A-meta*) que estaba implícita fue *ingresar al bachillerato*, ya que a decir de ellos, asistían al taller para aprender matemáticas debido a que se encontraban en el último grado de secundaria y se querían preparar para el examen de ingreso al bachillerato. La meta de interés (meta planteada a corto plazo, *I-meta*), sería entonces *aprender matemáticas*.

Encontramos también evidencia de las emociones relacionadas al diseño de la situación de aprendizaje, en este caso aparecen emociones de agrado y desagrado. La emoción de agrado (o gusto, en la versión original *liking*) se define desde la OCC como agrado por un objeto atractivo, es decir si el objeto resulta atractivo al sujeto, entonces la emoción de agrado aparece. En el caso de los participantes, encontramos que el objeto de atracción fue la SA en sí misma. Por ejemplo, la SA2 fue valorada como fácil, esta facilidad desencadenó la emoción de agrado, el señalamiento de H17 da cuenta de ello.

La evidencia siguiente es el comentario de H17 una vez resuelta la SA2, las negritas referencian la palabra emocional y la cursiva la situación que desencadena la emoción.

H17: La actividad estuvo muy fácil, **me gustó**, fue entretenido el *elegir las propuestas*, debería de resumirse el motivo del problema.

El desagrado (o disgusto por el original *disliking*) es la emoción contraria al agrado, es decir si el objeto resulta repulsivo al sujeto, entonces no le atrae y se desencadena el desagrado. Ejemplos de desagrado los identificamos en los comentarios de H20 y M9; para H20 tener que decidir entre las dos propuestas para preparar el agua no fue atractivo, comenta que le molestó, creemos que esto se debió a que la SA2 demandaba argumentar la

elección de las respuestas. Aunque comenta haberse sentido bien, creemos que la emoción que experimentó fue el desagrado. M9 también dijo sentirse bien, sin embargo en su comentario identificamos que la elección de las propuestas la valoró como difícil por ello creemos que la situación no fue atractiva para ella.

Los siguientes fragmentos son las opiniones de dos estudiantes después de resolver la SA2, el subrayado indica las situaciones que desencadenaron las emociones y las negritas las palabras emocionales.

H20: La actividad fue un **poco molesta** por tener que decidir en las propuestas, pero **me sentí bien**.

M9: **No me pareció fácil**, se veía pero no lo fue. Tener que decidir no fue fácil. **Me sentí bien**.

Las emociones de agrado, de acuerdo a la OCC se encuentran regidas por las actitudes, es decir, por disposición a que las cosas agraden o desagraden, disposiciones que, con frecuencia, aunque no necesariamente, siempre están incorporadas en las representaciones conceptuales de las cosas mismas. Aclaremos que esta definición de actitud se entiende de manera diferente a las consideradas en este trabajo de investigación, nos referimos a ellas en un sentido de atracción o rechazo. En las emociones de desagrado, encontramos evidencia de rechazo, como se ha mencionado en el caso de H20, tener que decidir entre dos propuestas para preparar el agua no fue atractivo y se desencadenó el rechazo. Por el contrario, cuando el objeto de actitud resultó atractivo, por ejemplo, el diseño de la SA, se desencadenó el agrado.

En García & Farfán (2013) investigamos las emociones en la clase de matemáticas de estudiantes de secundaria usando narrativas como herramientas para la toma de datos. Para el análisis de la evidencia usamos la teoría OCC y encontramos cuatro tipos de emociones desencadenadas por factores diversos como el profesor y la matemática *per se*, un tema en particular, los familiares de los estudiantes, el estudiante mismo y resolver problemas. De acuerdo a los datos de la tabla 2, las emociones de agrado y desagrado son desencadenadas por resolver y por no poder resolver un problema, respectivamente. En la presente investigación esta misma situación desencadenante ha sido la detonadora del agrado y el desagrado.

De las situaciones desencadenantes mostradas en la tabla 2, sólo la situación *resolver problemas* la encontramos en nuestros resultados, el resto no aparece. La explicación que damos a este hecho es que dichas situaciones son propias del aula de matemáticas, en el aula extendida que nosotros consideramos, donde aprender y saber interactúan y estas situaciones desencadenantes no tienen cabida.

Tabla 2. Emociones de estudiantes mexicanos de secundaria

Grupo OCC	Situación desencadenante	Tipo de emociones
Bienestar/ Atracción	Profesores	Júbilo/Congoja Agrado/Desagrado
	Tema específico	Desagrado/Agrado
	Matemática	Desagrado/Agrado
	Familiares	Agrado
Atracción	Resolver/no problemas	Agrado/Desagrado

Fuente: García & Farfán, 2013

La visión de la situación de aprendizaje

Los participantes percibieron las Situaciones de Aprendizaje de dos formas, funcional y utilitaria.

Visión funcional

En esta categoría agrupamos aquellas respuestas en donde los estudiantes resolvieron las SA mediante argumentos funcionales de lo proporcional, por ejemplo, al tener que elegir entre dos mezclas tomando en consideración el sabor de ésta o su color, muchas veces haciendo referencia a su racionalidad contextualizada, esto es, las experiencias previas del estudiante y su relativismo epistemológico, la validación que hace del conocimiento basado en esas experiencias.

La siguiente evidencia es un fragmento de la actividad realizada en SA1 en donde H1 evidencia su visión funcional al llevar la respuesta a una comparación con una práctica de referencia, preparar agua de sabor.

[63] Se discute la pregunta ¿de qué depende la elección de la receta para hacer una buena agua de naranja?

[64] H1: De cómo se prepare. Yo hago agua de limón y me queda bien. [**Visión funcional**]

[68] H1: Lleno una jarra de 2 litros de agua natural, después le echo dos cucharadas de cocinar de azúcar, la revuelvo para que se disuelva, después le echo el jugo de 8 limones. Pero no sé en mililitros cuánto jugo es. Pero sabe bien, me dicen que el agua está buena.

En su comentario, H1 señala que la elección de una mezcla es la manera en cómo se prepare ésta, pero el cómo se prepare en realidad es la relación adecuada (*razón*) entre el agua natural y la naranja, dicha relación se valida con el sabor de la mezcla. El sabor de la mezcla fue el argumento más utilizado para validar las elecciones de la mezcla, sobre todo en SA1 y SA7, en donde los participantes pudieron probarlas. Estos argumentos tienen una característica subjetiva, debido a que el sabor de la mezcla es personal, depende de las preferencias de las personas, por tanto, las validaciones de las respuestas fueron distintas para cada estudiante.

Creemos que las actividades realizadas con materiales manipulables en el caso de las tareas de mezcla, favorecieron la visión funcional de la situación de aprendizaje y su aceptación por la familiaridad con el contexto de referencia y por la forma en que ésta fue presentada, el hecho de preparar físicamente la mezcla, permitió en la realidad determinar un mayor sabor a naranja en SA1, y la preparación de aguas de jamaica, horchata y café en SA7. Esta familiaridad que los estudiantes refieren en las tareas de mezcla ha sido señalada como una de las variables que influyen en las tareas de mezcla (Noelting, 1980; Lamon, 1993).

H1 comentó en SA1 que la situación en donde usó sus conocimientos matemáticos, le pareció un juego.

H1: Fue un juego en el que puse a prueba mis conocimientos matemáticos no creía que estuviera haciendo matemáticas [**asistía al taller con la creencia de que iba a reforzar sus conocimientos de matemáticas**]... en la escuela

sólo resuelvo el libro o cuaderno no hago experimentos como este, debería hacerlos la maestra.

En el caso de las situaciones en lápiz y papel (por ejemplo, en SA2 y SA7) el sabor y el color de la mezcla fueron también argumentos para validar las respuestas, por ejemplo, H3 usó el siguiente argumento para dar respuesta a una pregunta sobre elección de mezclas.

Fragmento de la actividad y entrevista a H3 después de realizar la SA2, en donde se trataba de tomar postura ante el comentario de Tere, la hermana de César que proponía preparar 20 litros de agua de jamaica, mezclando 10 litros de agua natural y 10 de concentrado de jamaica.

Problema 1 en la SA2. El subrayado indica que es una respuesta escrita en la hoja de actividades de la SA2.

1.- ¿Están de acuerdo con que agregar 10 litros de agua como lo propone Tere es suficiente?, ¿por qué creen que César no estuvo de acuerdo?

H1: No, porque el sabor no estaría compensado.

Entrevista. Se resaltan las emociones advertidas en negritas.

[1] M: ¿A qué te refieres con compensado?

[2] H3: Que tendría la misma cantidad de jarabe que agua, entonces no sabría bien, porque el jarabe es muy concentrado si pone la misma cantidad de jarabe que de agua el jarabe no se diluye lo suficiente para tener un buen sabor.

[3] M: ¿Suficiente?

[4] H3: Sí, debemos buscar un equilibrio en el sabor que compense, poner más agua y menos jarabe. [**Sonríe**].

[5] M: Entiendo, ¿recuerdas que la vez pasada cuando hicimos lo de la mezcla ganadora dijiste que la clave era poner más jugo que agua natural?

[6] H3: Mmm... [**Sonríe**] ¡Ah!, pero es que ahí era la que supiera más a naranja, por eso deberíamos poner más jugo que agua, o sea diluir poquito el sabor de naranja, acá es diferente porque es concentrado, como es concentrado viene muy fuerte y hay que poner más agua para compensar el sabor de la jamaica, por eso no debemos poner más concentrado que agua ni tampoco la misma cantidad cómo dice César [**sonríe**].

H3 busca la relación adecuada en una razón, para él es más agua y menos concentrado, la argumentación que expone es el sabor de la mezcla, arguye que el concentrado deberá ser diluido con el agua (más agua/menos

concentrado), porque su sabor es fuerte, sin embargo, cuando refiere a la mezcla de jugo de naranja y agua (SA1) la relación es diferente, más jugo/ menos agua, porque en ese caso se pretendía un sabor más fuerte del jugo de naranja.

Visión utilitaria

Encontramos evidencia de una visión utilitaria cuando se respondió de manera arbitraria sin argumentar la respuesta. El caso de M2 da evidencia de esto.

Fragmento de la actividad en SA1, donde se trataba de elegir “el mejor sabor” al mezclar agua y jugo de naranja. Resaltamos en cursiva los argumentos que da M2 al ser cuestionada por la primera autora de este escrito.

[119] M: ¿Qué haríamos si queremos preparar agua de naranja para nosotros, 22 contando a Brenda y a mí?

[120] M2: Echarle más agua

[123] M2: Depende de la cantidad que quieras hacer, por ejemplo, un litro de agua y 4 naranjas.

[124] M: ¿Para los 22?

[125] M2: No, entonces serían 2 litros de agua y 4 naranjas.

[126] M: Esa jarra es más o menos de dos litros [señalo la jarra que está en el salón].

[127] M2: ¡Ah!, entonces no nos va a alcanzar, entonces serían **[grita]** ¡10 litros de agua!, y 4 kilos de naranja. Así ya. [No razona su respuesta, visión utilitaria]

Respecto a la preparación de agua, M2 estableció las razones litros de agua/ naranja, luego cuando propuso una mayor cantidad de agua la relación que estableció fue 10 litros de agua/ 4 kilos de naranjas, debido a que incrementó la cantidad de agua, también lo hizo con las naranjas, pero por el tipo de respuesta que dio creemos que lo hizo sin centrarse en la relación $\frac{2}{4}$ que estableció primero. Esta falta de comprensión al resolver problemas de proporcionalidad ha sido reportada en la literatura como una variable que influye en la resolución de problemas sobre proporcionalidad (Lamon, 1993; Godino & Batanero, 2002; Hilton et al., 2016).

Autoeficacia

Dentro de la componente autoeficacia adoptamos los modelos de proporcionalidad propuestos por Reyes (2011) como referencia para el análisis de las SA. Definimos la autoeficacia basados en Bandura (1986, 1989, citado en Maddux, 1995) como la creencia en las habilidades propias para hacer frente a una situación planteada, dicha creencia ayuda a movilizar la motivación, recursos cognitivos y cursos de acción necesarios para ejercer el control sobre la tarea demandada. Y consideramos de acuerdo con Usher & Pajares (2009), las siguientes fuentes de autoeficacia:

- La *experiencia de rendimiento*, se refiere a las evidencias derivadas de alcanzar el éxito en evaluaciones de matemáticas anteriores.
- La *experiencia vicaria*, se refiere a las evidencias obtenidas de las comparaciones de uno mismo con los compañeros de clase.
- La *persuasión social*, se refiere a las evidencias de los comentarios hechos por otros, por lo general en una posición de autoridad, como un maestro o un padre de familia.
- Los *estados fisiológicos y afectivos*, se refieren a la evidencia a partir de los sentimientos internos de ansiedad, preocupación, tensión, etc., que podrían ser provocados por tener que realizar tareas matemáticas.

Las propiedades que nosotros identificamos de la componente autoeficacia tienen como fuente de evidencia las experiencias de rendimiento, la experiencia vicaria y la percepción verbal. Los estados fisiológicos y afectivos se encuentran en la componente emoción. Enseguida daremos algunos ejemplos de dos estudiantes con autoeficacia alta y baja, respectivamente, en cada caso caracterizamos ésta con base en las componentes antes descritas.

La autoeficacia de H1 podemos describirla como alta, él creía en sus habilidades para resolver las situaciones (experiencias de rendimiento) esta creencia se mantuvo durante todas las sesiones, para él era importante mejorar su desempeño en matemáticas (*objetivo*, la autoeficacia se forma en referencia a un tipo de objetivo), este motivo lo impulsaba a mantener su autoeficacia. En la entrevista inicial que se le hizo acerca de su relación con las matemáticas, él comentó (hemos resaltado en los datos las fuentes de evidencia de la autoeficacia, usando negritas):

El siguiente fragmento corresponde a la intervención de H1 en una entrevista inicial en grupo focal. Entre llaves resaltamos las componentes de la autoeficacia.

H1: No me gustan las matemáticas {**emoción**}, bueno ahora, en primaria era muy bueno {**experiencias de rendimiento**}, ahora se me dificultan {**cambio de la autoeficacia**}, la verdad es que desde primero casi no entiendo, ahora si le echo más ganas porque ya voy de salida {**objetivo**}, pero es que la maestra {**factor que influye en sus juicios de autoeficacia**} casi no nos hace caso, sólo nos deja el libro y eso aburre {**emoción**} y a veces no entiendo {**autoeficacia**}.

M: ¿Qué has hecho ante esa situación?

H1: A veces estudio por mi cuenta {**autoeficacia**}... casi no me gusta pedir ayuda, bueno a veces mi mamá le pide a H3 que me explique y si le entiendo, también consulto al profe, por eso estoy aquí, mi mamá le pidió a él que me incluyera con los demás {**persuasión social**}, yo no soy del grupo, pero sí me interesó venir, yo quiero ir mejor {**motivo**}, yo sé que puedo {**juicio de autoeficacia**}, es sólo que me aplique.

En la valoración de la SA1, H1 comentó:

H1 [acerca de SA1]: Fue un juego en el que puse a prueba mis conocimientos matemáticos {**juicio de autoeficacia**} no creía que estuviera haciendo matemáticas... en la escuela sólo resuelvo el libro o cuaderno no hago experimentos como éste {**experiencias de rendimiento**}, debería hacerlos la maestra.

Durante la solución de SA1, H1 señaló un error en las recetas del que nadie se había percatado, lo cual lo hizo experimentar júbilo.

[13] H1: ¡No!, revise su hoja, que están mal {**autoeficacia**} [se refiere a las cantidades de vasos usados, **voz fuerte y eufórica**].

Notamos que en SA, cuando no fue capaz de argumentar una pregunta, se quedaba callado.

[45] H1: ¿Por qué sabe más a naranja? Porque le echaron más Bonafina. [Se le sigue cuestionando, pero sigue diciendo que es porque hay más naranja].

[46] M: Sí, pero cuál es la causa de que sepa más [se sigue cuestionando, pero deja de responder]. {**Cambio de la autoeficacia**}

En SA9, cuando logró convencer a H4 de la respuesta correcta, encontramos evidencia de su autoeficacia.

H1 y H4 resuelven la SA9, en ella se trataba de elegir la mejor opción entre 3 propuestas para obtener pintura verde claro (mezcla de pintura verde y amarilla).

[12] H1 [a H4]: La uno es la mejor, porque hay más amarillo, si le pones poco amarillo será un verde limón y no queremos eso.

[13] H4: Es casi igual la cantidad de amarillo.

[14] H1: ¡Claro que no! {**Juicio de autoeficacia**} [**Sube tono de voz enfadado**] ¡Mira!, en la uno por cada 100 de azul hay 233 de amarilla y en la 4 por cada 100 de azul hay 400 de amarillo.

[15] H4 [**Sube tono de voz, emociones**]: ¡No!, espera... hay más amarillo en la 4 comparado con la azul que en la 1, tienes razón {**persuasión social**} si ponemos más amarilla que azul se verá muy bajito el color, sería un verde limón [**hace una mueca de risa**].

[16] H1: Es lo que dije [sonríe, **emoción**].

[17] H4: No lo había visto, pero sí, es por eso {**persuasión verbal**}.

El tener la razón en sus argumentos lo hizo sentirse bien, esto lo comentó al entrevistarlo posteriormente a la solución de la SA9.

H1: Fue muy emocionante porque yo tenía la razón y tuve que convencer a H4 de la respuesta correcta {**experiencia vicaria**}. El ejercicio es parecido a los de la escuela, pero al ser pintura me pareció muy fácil {**juicio de autoeficacia**} porque yo mezclo muchos colores, porque me gusta dibujar y pintar.

M5 es un ejemplo de autoeficacia baja en las primeras situaciones de aprendizaje, en la entrevista al inicio del taller nos comentó sobre su relación con las matemáticas:

M: ¿Cómo ha sido tu relación con las matemáticas a lo largo de tu vida escolar?

M5: Ha sido mala siempre {**experiencias de rendimiento**}, desde primaria, yo no entiendo, creo que por eso no me gustan {**emoción**}, casi no le entiendo

{**juicio de autoeficacia**}, ahorita no voy bien en matemáticas {**baja autoeficacia**}, aparte he faltado mucho y se me dificulta, me cuesta mucho trabajo {**juicio de autoeficacia**}.

M: ¿Qué has hecho al respecto?

M5: Pido ayuda al maestro {**persuasión social**} y si me explica, hay veces que le entiendo, me explica y si le entiendo, pero luego ya no, me pierdo y ya no sigo {**baja autoeficacia**}.

M: ¿Cómo te sientes al respecto?

M5. Desmotivada porque quiero, pero no puedo entender {**baja autoeficacia**}, cuando no entiendo me siento desmotivada {**emoción**}.

M: ¿Por qué asistes al taller?

M5: Porque quiero aprender las cosas que no sé {**motivo**, la autoeficacia se forma en referencia a un tipo de objetivo}.

En la SA1, no participó salvo cuando pasó a preparar la receta con H3, cuando comentó sobre la valoración de SA1 señaló:

M: ¿Qué te pareció la actividad?

M5: Bien, sólo que me sentí rara {**autoestima**}, casi no le hablo a los demás, por eso no hablé, con H3 nunca había hablado antes, sí hablamos, pero poco. Pero sí me gustó {**emoción**}. Creo que no era fácil {**juicio de autoeficacia**}, habría que pensar un poco.

M: ¿Por qué rara?

M5: No soy buena en mate {**auto-concepto**} y casi no le entiendo, al principio no entendía qué había que hacer, y luego cuando vi que todos estaban haciéndolo pues ya {**persuasión social**}, pero casi no me gusta hablar o decir, me da cosa.

M: ¿Te pareció complicada la actividad?

M5: Cuando no entendía qué íbamos a hacer sí {**baja autoeficacia**}, pero pues ya cuando propusimos la receta, eso no me pareció difícil, sí entendí, y preparar la receta, eso fue fácil {**autoeficacia alta**}, pero si hubiera sido de muchas operaciones sí me hubiera costado {**baja autoeficacia**}, bueno es que me enredo mucho, las ecuaciones, por ejemplo, ahí no doy una {**auto-concepto**}.

Creemos que la autoeficacia de M5, ocasionó su poca confianza para participar en la discusión de SA1. En SA2 como la interacción fue sólo con la actividad, sin compañeros, notamos que su autoeficacia fue distinta que en

SA1. Creemos también que el tratarse de una toma de decisión, y que usó recursos personales para enfrentarla favoreció su resolución. Esto lo hizo explícito cuando se le cuestionó sobre su valoración de la situación.

M: ¿Qué te pareció la actividad?

M5: Estuvo fácil no hubo mucha matemática {**juicio de autoeficacia**}, pero había que pensar las respuestas...

M: ¿Mucha matemática?

M5: Quiero decir que no hicimos cuentas, bueno sí, pero eran fáciles, de lo que se trataba era de encontrar la mejor receta y era la de Tere.

M: ¿Cómo te sentiste al realizarla?

M5: Al principio me confundió porque no entendía qué debíamos hacer {**baja autoeficacia**}, luego leí bien y me di cuenta que se trataba de ver las propuestas, las dos de Tere y la de César y ver cuál era la mejor, creo que ahí me llevé más tiempo, al elegir la mejor, yo pensé que era la de César, pero luego viéndolas bien me di cuenta que Tere rebajaba menos el concentrado y por eso la elegí {**alta autoeficacia**}.

M: ¿Rebajar, que quieres decir?

M5: Bueno, que tenía menos agua que César, así el agua tendrá un mejor sabor, es que yo pensé, si fuera yo, usaría la de Tere porque así el agua estará más rica, {ríe, **emoción**} bueno esa es mi opinión.

M: ¿Te ayudó ponerte en la situación? Pensar que eras tú

M5: Sí, sí me ayudó para decidir, por ejemplo, aquí {señala la pregunta 3} también la pensé cómo si yo fuera la de la fiesta, cada persona podía beber medio litro, como dos vasos, eso es suficiente y así se ocuparían sólo 10 litros {**alta autoeficacia**}.

M: ¿Sobraría agua?

M5: Ah... {**Se queda callada**} pues... quizá no, quizá se acabe, si alguien toma más de dos vasos no alcanzará. Pero por lo menos se tomarán uno {**alta autoeficacia**}.

M: ¿Uno?

M5: Sí, primero les das un vaso ya después si van pidiendo más pues das hasta donde te alcance.

M: ¿Eso harías tú si fueras la de la fiesta?

M5: Sí, así pasa en casa cuando hay agua o refrescos, se bebe hasta donde alcanza, yo casi bebo poco pero mi papá siempre bebe de más {se ríe, **emoción/ racionalidad contextualizada**}.

En SA7, se notó más confiada, creemos que fue por lo práctico de la SA y el recurso de poder probar la mezcla.

Entrevista posterior a la resolución de SA7.

[45] M5: A mí me gustó mucho, porque fue muy práctico, como dicen ellas hay matemáticas, pero no las escribimos, ir probando nos ayudó. Yo creo que fue bueno, y que ellas estuvieran ahí fue raro, pero, aunque no nos dijeron fueron como los jueces que probaron lo que hicimos {**persuasión social**}.

En estos casos expuestos se hace explícito que la autoeficacia está asociada a las creencias del saber particular, pero también a las experiencias que se han tenido en las clases de matemáticas. Respecto al saber, podemos decir que su funcionalidad desde el punto de vista del aprendiz favorece la autoeficacia, es decir, si él o ella consideran la situación de aprendizaje cercana a su contexto y además reconoce no sólo el concepto sino su uso, estará más predispuesto a darle solución.

A manera de conclusión

Una consideración que hicimos como punto de partida fue reconocer que la *proporcionalidad* incluye aspectos culturales, históricos, institucionales y afectivos. Los resultados antes expuestos sustentan este hecho. Ha quedado evidenciado que la actitud de los estudiantes hacia el trabajo con situaciones de aprendizaje depende de su racionalidad contextualizada, es decir, de un contexto particular en un momento y lugar determinado, el taller diseñado, así como de la familiaridad, de la situación de aprendizaje reconocida por ellos.

Si consideramos los aspectos culturales, como los modos de vida, costumbres y conocimientos en una época de un grupo social en un cierto lugar, podríamos decir que los estudiantes, en el sentido justo de la palabra, poseen ciertos modos de vida escolar que influyen su forma de actuar, que siguen costumbres propias del aula de matemáticas que norman sus conocimientos y actuación. En estos aspectos culturales tiene cabida la dimensión socio-matemática (Domínguez, LópezLeiva, & Khisty, 2014) referida a las acciones de interacción del saber matemático con los estudiantes, el sentido de comunidad, y el trabajo compartido. Estos aspectos culturales

permean cualquier actividad que el estudiante realice para aprender matemáticas, dentro y fuera del aula de matemáticas.

Los aspectos históricos, por su parte, se refieren a las experiencias y saberes personales del aprendiz para hacer frente a lo proporcional. Los factores afectivos, en particular las actitudes, hacen referencia a la valoración de las situaciones de aprendizaje compuestas de tres factores, las emociones desencadenadas por el trabajo con éstas, la visión que de ellas posean los estudiantes y su autoeficacia para responderlas.

La actitud proactiva hacia lo proporcional que hemos identificado es cercana al concepto de *engagement* (compromiso) reportado por Domínguez, LópezLeiva, & Khisty (2014), referido al compromiso con la solución de una tarea matemática. Estos autores indagaron acerca del desarrollo del *engagement* con el paso del tiempo en un grupo de estudiantes (3°-5° grado) latinos en EE. UU. durante una unidad de razonamiento proporcional, con especial atención en los aspectos de la actividad social y cultural. Las tareas que los estudiantes resolvieron fueron la toma de decisión (qué ingredientes comprar), desarrolladores de estrategia (cómo medir cantidades), gestión de recursos (cómo aprovechar al máximo un presupuesto limitado) y capacidad de resolver problemas (cómo aumentar recetas).

A decir de los autores, el *engagement* de los estudiantes fue esencialmente relacional y se desarrolló con el paso del tiempo, en un principio las interacciones de los estudiantes con las tareas propuestas fueron de tipo social y cultural con sus compañeros y con los instructores de la unidad, sin embargo, con el paso del tiempo estas relaciones se intensificaron e incluyeron a la proporcionalidad. Por nuestra parte, el tiempo también fue una variable que influyó en el grado de la actitud proactiva, verificamos que al aumentar el tiempo el grado de la actitud proactiva tendió a estabilizarse, el caso de H3, H4 y M5 son evidencia de ello. En otros casos como H1 y M2, el grado de actitud proactiva se conservó a lo largo del tiempo.

A diferencia de los resultados de Domínguez, LópezLeiva, & Khisty (2014), la relación al saber matemático por parte de los participantes estuvo siempre presente en las interacciones con la situación de aprendizaje y con sus compañeros, con quienes las resolvieron en algunos casos.

Bibliografía y fuentes de internet

- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2010). “Me and maths”: towards a definition of attitude grounded on students’ narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27-48. doi: 10.1007/s10857-009-9134-z
- Domínguez, H., LópezLeiva, C. A., & Khisty, L. L. (2014). Relational engagement: Proportional reasoning with bilingual Latino/a students. *Educational Studies in Mathematics*, 85(1), 143-160. doi: 10.1007/s10649-013-9501-7
- García, M. S. & Farfán, R. (2013). *Emociones de estudiantes de secundaria: análisis de relatos*. Seminario del grupo de investigación de construcción social del conocimiento, 11 de noviembre de 2013. México: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, CICATA.
- García-González, M. S. (2016). *Una caracterización de actitudes hacia lo proporcional*. Tesis doctoral no publicada. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of Grounded Theory. Strategies for qualitative research*. Chicago: Aldine De Gruyter.
- Godino, J. & Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros, manual para el estudiante*. España: Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología.
- Goldin, G. A. (2014). Perspectives on emotion in mathematical engagement, learning, and problem solving. In R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (eds.), *International Handbook of Emotions in Education*. New York: Routledge, 391-414.
- Hilton, A., Hilton, G., Dole, S. & Goos, M. (2016). Promoting middle school students’ proportional reasoning skills through an ongoing professional development programme for teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 92(2), 193-219. doi: 10.1007/s10649-016-9694-7
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and Proportion: Connecting Content and Children’s Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61. doi: 10.2307/749385

- Maddux, J. (1995). *Self-Efficacy, Adaptation, and Adjustment: Theory, Research, and Application*. New York: Plenum.
- Martínez-Sierra, G. & García-González, M. del S. (2014). High school students' emotional experiences in mathematics classes. *Research in Mathematics Education*, 16(3), 234-250. doi: 10.1080/14794802.2014.895676
- _____. (2017). Students' emotions in the high school mathematics classroom: The appraisals in terms of a structure of goals. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(2), 349-369. doi: 10.1007/s10763-015-9698-2.
- _____. (2016). Undergraduate mathematics students' emotional experiences in Linear Algebra courses. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 87-106. doi: 10.1007/s10649-015-9634-y
- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: part I – Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11(2), 217-253. doi: 10.1007/BF00304357
- Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2006). "Accepting emotional complexity": A socio-constructivist perspective on the role of emotions in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 193-207.
- Ortony, A., Clore, G. L. & Collins, A. (1988). *The cognitive structure of emotions*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Pepin, B. (2011). Pupils' attitude towards mathematics: A comparative study of Norwegian and English secondary students. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education* 43(4), 535-546. doi: 10.1007/s11858-011-0314-9
- Reyes, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. Tesis de Maestría no publicada. México: Cinvestav.
- Usher, E. L. & Pajares, F. (2009). Sources of self-efficacy in mathematics: A validation study. *Contemporary Educational Psychology*, 34(1), 89-101. doi: 10.1016/j.cedpsych.2008.09.002