

## **Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana**

**Difficulty in fractions for Mexican primary education students**

**Jhonatan Arenas-Peñaloza \***

**Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez \*\***

\* Licenciado en Matemáticas, Profesor asociado al Departamento de Ciencias Naturales y Exactas. Universidad de la Costa CUC, Barranquilla, Colombia, e-mail: [jarenas6@cuc.edu.co](mailto:jarenas6@cuc.edu.co); <https://orcid.org/0000-0002-8236-489X>

\*\* Licenciada en Matemáticas, Profesora-Investigadora asociado a la Facultad de Matemática. Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, México, e-mail: [flor.rodriguez@uagro.mx](mailto:flor.rodriguez@uagro.mx); <https://orcid.org/0000-0002-9596-4253>

**Fecha de recepción:** 10 de Enero de 2020

**Fecha de aceptación:** 13 de Julio de 2020

**Citación:**

Arenas-Peñaloza, J., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2020). Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana. *Gestión, Competitividad e innovación*(Enero-Junio 2020), 24-33.

## RESUMEN

*Un problema latente en la enseñanza y aprendizaje de la matemática es el relativo a la comprensión del concepto fracción, entre otras causas, por sus diversos significados e interpretaciones, mismos, que la epistemología de la matemática ha generado y son necesarios para resolver diferentes situaciones del contexto de la vida real. De aquí, la importancia de que estos significados o interpretaciones sean vistos de forma integral y se reconozcan sus diferencias y usos en el proceso tanto de enseñanza como de aprendizaje. Es por ello, que en el presente artículo se exponen cuáles son las interpretaciones asociadas al concepto de fracción que el mayor número de docentes considera difíciles para los estudiantes mexicanos del nivel básico primaria (estudiantes de 6-12 años). Metodológicamente se usó el método Delphi para diseñar, aplicar y analizar un cuestionario que respondieron 16 profesores en ejercicio. Los resultados evidencian tres interpretaciones asociadas al concepto de fracción de mayor dificultad para los estudiantes de la básica primaria mexicana: la fracción como número racional, la fracción como razón y la fracción como indicador de una cantidad (decimal).*

**Palabras Claves:** Fracción; interpretaciones; dificultades; estudiantes; método Delphi.

## ABSTRACT

*A latent problem in the teaching and learning of mathematics is related to the understanding of the specific concept, among other causes, due to its diverse meanings and interpretations, which the epistemology of mathematics has generated and are necessary to solve different situations. From the context of real life. Hence, the importance of these meanings or interpretations being viewed in an integral manner and their differences and uses in the teaching and learning process being recognized. That is why, in this article, they are exposed to the interpretations associated with the concept of fraction that the greatest number of teachers consider difficult for Mexican students of the primary basic level (6-12 year old students). Methodologically, the Delphi method was used to design, apply and analyze a questionnaire that answered 16 practicing teachers. The results show three interpretations associated with the concept of fraction of greatest difficulty for the students of the basic Mexican primary: the fraction as a rational number, the fraction as a ratio and the fraction as an indicator of a quantity (decimal).*

**Keywords:** Fraction; interpretations; difficulties; students; Delphi method.

## 1. Introducción

El concepto de fracción aparece en el currículo mexicano desde el primer curso de educación primaria, principalmente en el grado cuarto donde se empieza a trabajar de manera formal. La relevancia de este tópico está vinculada a su aplicación en el entorno de los estudiantes (Tsung-Lung & Hui-Chuan, 2017). Además, es uno de los conceptos de mayor dificultad para ellos (Cortina & Cardoso, 2009; Butto 2013; Gabriel et al. 2013). A

lo largo del tiempo, las dificultades que manifiestan los estudiantes se han venido tratando con el diseño y aplicación de algunas propuestas didácticas (Perera et al. 2007; Meza & Barrios, 2010), pero esto no ha sido una solución radical a la problemática que aún existe en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones.

Las fracciones, históricamente fueron utilizadas por primera vez por los babilónicos y egipcios, que las descubrieron en sus acciones de fraccionar, repartir y medir. Esto se evidencia en el papiro de Ahmes, descubierto por Henry Rhind en 1858 (Carrillo et al. 2016). Además, se menciona que hasta el siglo XVII, los números escritos de la forma  $a/b$  fueron admitidos con el mismo estatus que los números enteros.

Los símbolos de las fracciones son símbolos bipartitos. En primer sentido, son una forma determinada para escribir números. Como sistema de notación (un símbolo) se representa mediante dos números enteros con una barra entre ellos. En segundo lugar, las fracciones son números racionales no negativos. Son aquellas que se pueden escribir de la forma de la forma  $(a/b)$ , donde  $a$  y  $b$  son números enteros, y  $a$ , indica el numerador y  $b$ , el denominador, siendo este último distinto de cero ( $b \neq 0$ ) (Lamon, 2007).

Los resultados de numerosas investigaciones, han identificado distintas interpretaciones del número racional (Kieren, 1976, 1980; Post et al. 1982; Behr et al. 1983, 1992; Llinares & Sánchez, 1988; Fandiño, 2009). Pero para obtener una comprensión completa de los números racionales, no solo se deben estudiar por separado las distintas interpretaciones sino relacionarlas entre ellas (Kieren, 1976).

El primero en distinguir a las fracciones en cuatro categorías interrelacionadas fue Kieren (1976). La primera categoría, la fracción como relación, expresa la noción de una comparación entre dos cantidades de una magnitud o de magnitudes diferentes; la segunda, la fracción como operador, se considera como una función aplicada a objetos, números o conjuntos, logrando ampliar o reducir una cantidad a un nuevo valor. La categoría de la fracción como cociente, se refiere al resultado de una división; y por último, la fracción como medida, considerada como número que indica la magnitud de una fracción y también se asocia con la medida de un intervalo (Gabriel et al. 2013).

Posteriormente, Behr et al. (1983; 1992) consideraron adicionar dos categorías a las expresadas por Kieren, o como ellos las llamaron subconstructos del megaconcepto. El primer subconstructo es la fracción como parte-todo, que se presenta tanto en situaciones continuas (longitud, área y volumen) como discretas (contando) y consiste en la capacidad de dividir una cantidad ya sea continua o un conjunto de objetos discretos en subpiezas o conjuntos de igual tamaño. El otro subconstructo, la fracción como decimal, cuando se expresa como un número decimal exacto, periódico o no periódico.

A partir de las primeras distinciones de las diferentes interpretaciones que se asocian al concepto de fracción, se desencadenaron investigaciones como la de Fandiño (2009) quien presenta un estudio detallado de las fracciones, donde habla tanto de los aspectos conceptuales como los didácticos de este concepto. Es así, como en el capítulo 5 de su libro deja ver claramente las diferentes formas de entender el concepto de fracción. Utiliza la literatura específica sobre el tema para mencionar que existen más de doce interpretaciones asociadas a dicho concepto matemático.

Estas múltiples interpretaciones que se asocian al concepto de fracción sorprenden a los docentes en los cursos de formación, puesto que una definición aparentemente intuitiva de

la fracción da lugar al menos una docena de diferentes interpretaciones del término (Fandiño, 2007). Es por eso, que estas interpretaciones no se deben considerarse por separados, sino que deben fluir juntos en un único proceso de aprendizaje, ya que el aprendizaje conceptual es la primera etapa del aprendizaje matemático (Fandiño, 2007, p.18).

El estudio de las diferentes interpretaciones de las fracciones ha traído consigo a lo largo de la historia, un sin número de dificultades tanto para los estudiantes como para los docentes (Butto, 2013). Para conocer con exactitud cuáles de estas interpretaciones se les dificulta el aprendizaje a los estudiantes mexicanos de la básica primaria, en este artículo se analizó las opiniones de un grupo de docentes mexicanos de educación primaria cuando responden a un cuestionario.

Para el consenso de las opiniones, se utilizó la técnica del método Delphi. Como lo menciona Charro (2017) y López-Gómez (2018) el método es eficaz y potencial en investigaciones en el campo educativo, ya que permite obtener información acerca de la realidad de una problemática latente en un proceso de enseñanza y aprendizaje, buscando mejoras para alcanzar los objetivos educativos. Por tanto, el objetivo de esta investigación fue determinar cuáles son las interpretaciones asociados al concepto de fracción que el mayor número de docentes considera difíciles para los estudiantes mexicanos de la básica primaria.

## **2. Materiales y método**

La técnica del método Delphi permitió determinar cuáles son las interpretaciones asociados al concepto de fracción que el mayor número de docentes considera difíciles para los estudiantes mexicanos de la básica primaria. Puesto que es un proceso sistemático e iterativo encaminado hacia la obtención de las opiniones, y es posible del consenso, de un grupo de expertos (Landeta, 2012, p.32).

Este método, tiene cuatro características que lo hace ser una técnica grupal única a diferencia de otras; el proceso iterativo, las opiniones de los expertos se emiten en más de una ocasión; anonimato de los participantes (expertos), los participantes del grupo se mantienen en completa discreción y ninguno de ellos debe de conocer las respuestas particulares del otro, para guardar este anonimato y evitar confrontaciones entre ellos se recurre principalmente a un cuestionario; retroalimentación o feedback controlado, interacción de los resultados con todos participantes antes de continuar con un nuevo proceso de la problemática tratada y, respuesta estadística de grupo, se requiere para realizar y consolidar una estimación de cantidad numérica (fechas, puntuaciones, número de unidades, entre otras) de las respuestas de los participantes (Landeta, 2002).

El método Delphi tiene su propia metodológica que se caracteriza por ser flexible para el investigador, siendo este autónomo en el desarrollo de la misma siempre y cuando mantenga las características principales de la técnica, por lo menos el anonimato y el feedback controlado. “Esta técnica puede ser aplicada a diversos objetos de estudio, admitiendo adecuaciones de la dinámica habitual en función de los objetivos que en cada caso requieran alcanzarse mediante su utilización” (Landeta, 2002). Por eso es, utilizada en la presente investigación.

El proceso o metodología habitual de la técnica nace con una problemática que el o los investigadores quieren abordar (grupo coordinador). Para ello, buscan el apoyo de un grupo de participantes (expertos) para exponerles la problemática del objeto de estudio a resolver. Luego, se procede con las características de proceso iterativo y feedback, analizando las participaciones de los expertos para culminar con la estimación de los mismos frente al problema.

El proceso visualizado en la figura 1, se realizó en la presente investigación. Para ello, el grupo coordinador conformado por los investigadores, diseñaron un primer cuestionario que fue aplicado a un grupo de expertos (16 docentes en ejercicios de educación primaria). Al obtener las respuestas del cuestionario aplicado por primera vez, el grupo coordinador las analizó y con base a eso, reestructuraron el cuestionario, que fue nuevamente aplicado al mismo grupo de expertos. Después de esta última recogida de información, el grupo coordinador analizó y realizó sus inferencias finales sobre el objetivo plasmado al inicio.

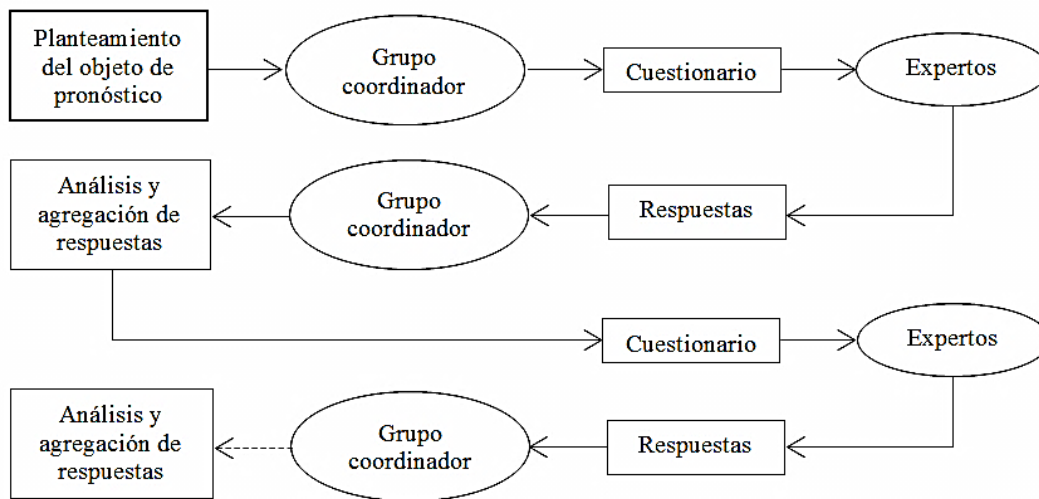


Figura 1. Proceso Delphi, esquema global (Tomado de Landeta, 2002, p.51)

Diseño del cuestionario. Para el diseño del cuestionario (figura 2), se revisaron los planes de estudios y libros de textos mexicanos 2011 de la básica primaria. Con el objetivo de conocer cuáles de las interpretaciones asociadas al concepto de fracción eran las más presentes en relación a las mencionadas por Fandiño (2009). Encontrándose así, nueve interpretaciones (parte todo, cociente, razón, operador, porcentaje, número racional, punto de una recta orientada, medida, decimales). Algunas de ellas, su definición no se encuentra presente de forma explícita, sino presentan una noción intuitiva o acercamiento al mismo.

El cuestionario presenta primero una introducción referente a la importancia del proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de fracción. Luego da a conocer el objetivo de este “obtener un mayor conocimiento intersubjetivo y prospectivo acerca de las fracciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje”. Dando paso a la pregunta principal del cuestionario: Desde tu experiencia como docente ¿cuál de las siguientes interpretaciones asociados al concepto de fracción has percatado que sean más difíciles de aprender por parte de los estudiantes? Los docentes (expertos) tenían que calificar las nueve interpretaciones que se

encontraban listadas por medio de una escala de valores del 1 al 3 según el grado de dificultad, siendo 1 muy difícil, 2 de dificultad media y 3 poco difícil.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO  
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA  
MAESTRÍA EN CIENCIAS ÁREA MATEMÁTICA EDUCATIVA



### CUESTIONARIO

El tema de fracción en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, es un objeto de estudio fructífero para los investigadores. Reporta la literatura especializada que existen muchos aspectos que intervienen en este proceso y de allí las dificultades con su tratamiento escolar. A continuación se presenta un cuestionario que se tendrá como base para obtener un mayor conocimiento intersubjetivo y prospectivo acerca de las fracciones en el proceso de la enseñanza y aprendizaje.

Existen múltiples interpretaciones asociadas al concepto de fracción y una de las investigaciones que recopila algunas, es la realizada por Fandiño (2009). Colocándola en relación con los planes de estudios y libros de texto de educación básica primaria mexicana del año 2011, se encontró que estos presentan nueve significados asociados al concepto de fracción. Desde esta perspectiva, considera la pregunta:

*¿Desde tu experiencia como docente, cuál de los siguientes significados asociados al concepto de fracción has percatado que sean más difíciles de aprender por parte de los estudiantes?*

Y califica según la escala:

- 1: Se presenta con mayor frecuencia.*
- 2: Se presenta con regular frecuencia.*
- 3: Se presenta con menos frecuencia.*

SIGNIFICADOS ASOCIADOS A LAS FRACCIONES	CALIFICACIÓN
<i>La fracción como parte de un todo a veces continuo, a veces discreto</i>	
<i>La fracción como cociente</i>	
<i>La fracción como razón</i>	
<i>La fracción como operador</i>	
<i>La fracción como porcentaje</i>	
<i>La fracción como número racional</i>	
<i>La fracción como punto de una recta orientada</i>	
<i>La fracción como medida</i>	
<i>La fracción como indicador de una cantidad de elección en el todo (Decimales)</i>	

Figura 2. Cuestionario aplicado a los expertos (16 docentes en ejercicios)

Estas escalas de valores fueron tomadas como referencia para que los docentes (expertos) no dejaran sin calificar ninguno de los significados y además porque el estudio realizado con la técnica del método Delphi tiene futuras repercusión en otra investigación a diferencia con el uso que se le dio en ésta. En la presente investigación solo se tuvo presente los resultados que arroje la escala 1 de valores (muy difícil) puesto que hace alusión al objetivo con que se utiliza en esta investigación.

El cuestionario incluía las definiciones y ejemplos de cada una de las nueve interpretaciones, con el objetivo que los docentes (expertos) tuvieran alguna referencia a la hora de contestar el cuestionario, por si dichas definiciones no las recordaban.

Rediseño del cuestionario. Con base a los resultados obtenidos de la aplicación del primer cuestionario al grupo de expertos (16 docentes de Educación primaria), el grupo coordinador analizó las respuestas dadas y, rediseñaron el cuestionario manteniendo solo aquellas interpretaciones que presentaron más selección por el grupo de docente en referencia a la primera escala de valor (muy difícil). Se consideró el mismo interrogante del cuestionario anterior y las mismas escalas de valores, pero para calificar esta vez sólo cinco interpretaciones (razón, operador, número racional, indicador de una cantidad (decimal), recta orientada) según la selección realizada.

### 3. Resultados y discusión

Los resultados obtenidos con la técnica Delphi se presentan en dos apartados correspondientes a cada una de las dos aplicaciones realizadas del cuestionario. Se han utilizado diagramas de barras que muestran las distribuciones de las frecuencias en función de la escala de valoración.

Primer resultado del estudio. En la siguiente gráfica (figura 3) se presentan los resultados del primer estudio. En ella se puede observar las tres escalas de valoración correspondientes a las respuestas de los docentes (expertos) en relación con el número de docentes que han utilizado cada una de estas respuestas. Hay que tener en cuenta que un mismo docente podía responder con un 3 en varias de las opciones (interpretaciones). En este estudio solo se van a utilizar los resultados obtenidos con la primera escala de valoración (muy difícil).

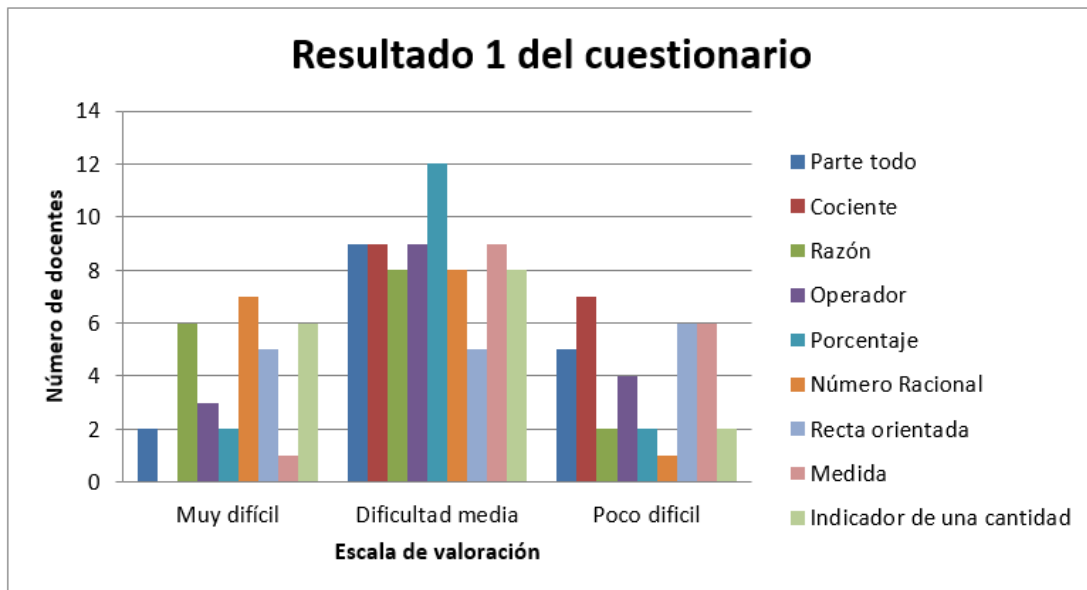


Figura 3. Primeros resultados del cuestionario.

Tomando solo la primera escala de valores (muy difícil) de la figura 3 se obtiene que, de las nueve interpretaciones, cinco de ellas presentan mayor dificultad según los docentes de primaria, siendo la interpretación de la fracción como número racional el de mayor dificultad (7 docentes). Las interpretaciones de la fracción como razón y como indicador de una cantidad (decimal) fueron los dos siguientes (6 docentes). La siguiente interpretación con mayor dificultad es la fracción como recta orientada (5 docentes). Por último, se tiene la interpretación de la fracción como operador (3 docentes).

Estos resultados se tuvieron en cuenta para el rediseño del cuestionario por cuanto se procedió a realizar el cuestionario una segunda vez. Es de resaltar que los cuestionarios aplicados a los 16 docentes fueron contestados de manera individual y que cada uno de ellos no conocía la respuesta o criterio de los otros docentes, cumpliendo así con una de las características de la técnica del método Delphi (anonimato).

Segundo resultado del estudio. El segundo cuestionario se realizó utilizando sólo las cinco interpretaciones en los que los docentes habían considerado que había más dificultad. Los resultados de esta segunda aplicación se pueden ver en la figura 4.

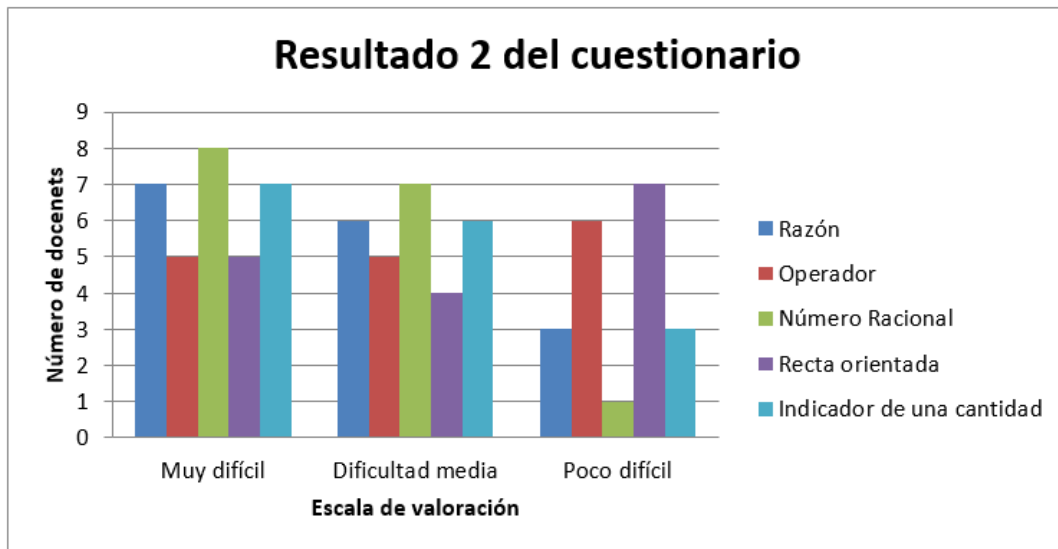


Figura 4. Segundos resultados del cuestionario.

Tomando solo la primera escala de valores (muy difícil) de la figura 4, se obtiene que de las cinco interpretaciones los docentes consideran que en tres de ellas los estudiantes presentan mayor dificultad. En primer lugar, aparece la interpretación de la fracción como número racional con una frecuencia esta vez de 8 docentes de los 16 encuestados. Las interpretaciones de la fracción como razón y como indicador de una cantidad (decimal) también siguieron siendo las otras interpretaciones que se encuentran en segundo lugar con una misma frecuencia (7 docentes). Esta vez las interpretaciones de la fracción como recta orientada y como operador presentan también la misma frecuencia (5 docentes).

Se puede deducir que tres de las interpretaciones asociados al concepto de fracción según los docentes encuestados, los estudiantes de primaria en México encuentran mayor dificultad: la fracción como número racional, la fracción como razón y la fracción como indicador de una cantidad (decimal). Lo que se interpreta, que el concepto de fracción es uno de los conceptos de mayor dificultad como lo menciona la literatura (Cortina & Cardoso, 2009; Butto 2013; Gabriel et al. 2013), ya sea por sus múltiples interpretaciones y por qué los estudiantes no logran comprenderlas en sus totalidades.

También, se puede deducir que uno de los factores por lo cual estas tres interpretaciones, sean de mayor dificultad para los estudiantes según los docentes, es por su rigor matemático y su poca aplicación en la vida cotidiana de los estudiantes. Como lo menciona Kieren (1976) y Fandiño (2007), el concepto de fracción se debe de enseñar y aprender en



correlación con todas sus interpretaciones, buscando que los estudiantes las relacionen y encuentren diferencias entre ellas.

Otra contribución de la presente investigación, se basa en que gracias a los resultados obtenidos se pueda analizar la manera de proceder de los estudiantes cuando desarrollan actividades con dichas interpretaciones, buscando conocer sus falencias y dificultades en el proceso. Para posteriormente, crear propuestas didácticas que fortalezcan la comprensión de estas, puesto que el objetivo de la educación es que los estudiantes logren comprender los conceptos que se tratan dentro del aula de clases y puedan relacionarlos con su entorno.

Gracias a la característica iterativa del método Delphi (Landeta, 2002), se logró organizar el proceso de análisis y deducción en dos rondas, lo que permitió conocer con realidad cuáles son las principales interpretaciones asociadas al concepto de fracción en la que los estudiantes mexicanos presentan mayor dificultad, según la opinión de sus docentes. Lo que puede ser útil para orientar aquellos estudios que busquen aportar al campo del tópico fracción, para que los estudiantes puedan relacionar todas las interpretaciones logrando formalizar un concepto de fracción.

## Referencias

- BEHR, M., LESH, R., POST, T., & SILVER, E. 1983. Rational Number Concepts. En R. Lesh, & M. Landau (eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Ed. Academic Press. (New York). p. 91-125.
- BEHR, M., HAREL, G., POST, T., & LESH, R. 1992. Rational number, ratio, and proportion. En D. Grouws (eds), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Ed. NCTM: National council of teachers of mathematics. (New York) p. 296-333.
- BUTTO, C. 2013. El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes pedagógicos*. (Bogotá). 15(1), 33-45.
- CARRILLO, J., CONTRERAS, L., CLIMENT, N., MONTES, M., ESCUDERO, D., & FLORES, E. 2016. Fracciones y decimales. En J. Carrillo, L. Contreras, N. Climent, M. Montes, D. Escudero, & E. Flores (eds), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de educación primaria*. Ed. Paraninfo (Madrid). P. 75-97.
- CHARRO, E. 2017. Investigando en educación: el método Delphi. *Revista Atlante: cuadernos de educación y desarrollo*. (España). En línea. <http://www.eumed.net/rev/atlante/2017/10/educacion-metodo-delphi.html> (con acceso el 17/06/2019)
- CORTINA, J., & CARDOSO, E, 2009. Mexican sixth grade students' understandings of fraction notations as numbers that express quantity. En S. Swars, D. Stinson, & S. Lemons-Smith (eds), *Proceedings of the 31st annual meeting of the North American chapter of the international group for the Psychology of Mathematics Education*. Ed. Georgia State University (Atlanta). p. 765-772.
- FANDIÑO, M. 2007. Fractions: conceptual and didactic aspects. *Acta didactica Universitatis Comenianae*. (Bratislava, Slovakia). 7, 23-45.

- FANDIÑO, M. 2009. Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. Ed. Magisterio. (Bogotá). p. 222.
- FUENTES, R. F. 2010. Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. (España). (22), 169-182.
- GABRIEL, F., COCHÉ, F., SZUCS, D., CARETTE, V., REY, B., & CONTENT, A. 2013. A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*. (Lausanne, Switzerland) 4(715), 1-12. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715>
- KIEREN, T. 1976. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. En R. Lesh, & D. Bradbard (eds), *Number and measurement: Papers from a research workshop*. Ed. ERIC/SMEAC. (Columbus). p.101-144.
- KIEREN, T. 1980. The reational number construct. Its elements and mechanisms. En T. E. Kieren (eds), *Recent research on number learning*. Ed. ERIC/SMEAC. (Columbus). p. 125-149.
- LAMON, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. En F. Lester (eds), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Ed. NCTM: National council of teachers of mathematics. (Charlotte). p. 629-667.
- LANDETA, J. 2002. El método Delphi. Una técnica de previsión del futuro. Ed. Ariel S.A. (Barcelona). p. 223.
- LLINARES, S., & SÁNCHEZ, M. 1988. Matemáticas: cultura y aprendizaje. Fracciones. Ed. Síntesis (España). p. 168.
- LÓPEZ-GÓMEZ, E. 2018. El método delphi en la investigación actual en educación: una revisión teórica y metodológica. *Educación XX1*. (España). 21(1), 17-40. <https://doi.org/10.5944/educxx1.20169>
- PERERA, P., & VALDEMOROS, M. 2007. Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. En M. Camacho; P. Flores & M. Pilar (eds), *Investigación en Educación Matemática XI*. Ed. SEIEM (España). p. 209-218.
- POST, T., BEHR, M., & LESH, R. 1982. Interpretations of Rational Number Concepts. En L. Silvey, & J. Smart (eds), *Mathematics for Grades 5-9*. Ed. NCTM: National council of teachers of mathematics (Reston, Virginia). p. 59-72.
- TSUNG-LUNG, T., & HUI-CHUAN, L, 2017. Towards a framework for developing students fraction proficiency. *International journal of mathematical education in science and technology*. (United Kingdom). 48(2), 244-255.