



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

FACULTAD DE MATEMÁTICAS

CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMÁTICA

EDUCATIVA



**CONOCIMIENTO QUE EVIDENCIA EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DURANTE
EL TRATAMIENTO DE LA FUNCIÓN LINEAL DESDE EL TPACK**

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS ÁREA:
MATEMÁTICA EDUCATIVA

PRESENTA:

LIC. LIZBETH RIZO CRUZ

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. CATALINA NAVARRO SANDOVAL

Chilpancingo de los Bravo, Gro. Mayo de 2022.

DEDICATORIAS

Me gustaría dedicar esta tesis a mi familia, amistades y personas muy queridas para mí.

A mis padres María de la Luz Cruz Tapia (✝) y René Rizo Cortez, por sus bendiciones, apoyo y amor incondicional. Por enseñarme desde pequeña a nunca rendirme y lograr siempre las metas que me proponga, siempre con perseverancia y dedicación.

A mi hermano Elder Rizo Cruz, por darme la mano y palabras de aliento en cada momento de mi vida. Por demostrarme siempre que aun estando lejos siempre estará para mí.

A mi cuñada Karen Juárez Calixto, por demostrarme que con su llegada he conseguido a una hermana más, con la cual, podré contar siempre.

A mis amigas y demás personas especiales, por esas palabras de aliento y apoyo incondicional. Por demostrarme que no estoy sola y que soy bendecida por tenerlas en mi vida.

AGRADECIMIENTOS

Primero que todo, agradezco a Dios y a mi Virgen de Juquila por siempre ser esa guía en mi andar por la vida, por permitirme llegar hasta este momento de mi formación profesional, por cada faceta que he pasado, aprendizajes, experiencias y momentos de felicidad. Gracias infinitas por nunca soltar mi mano.

Agradezco a mi familia por su inmenso amor, apoyo incondicional y motivación aun desde la distancia. Gracias infinitas por siempre apoyarme en cada decisión de mi vida y por demostrarme siempre lo bendecida que soy de tenerlos.

Agradezco también, a mi asesora, la Dra. Catalina Navarro Sandoval y a mis revisores la M.C. Lizzet Morales García y el Dr. Antonio Zavaleta Bautista, quienes hicieron posible este trabajo de investigación, gracias infinitas por su colaboración, experiencias y conocimientos transmitidos, no solo a nivel profesional, sino también a nivel personal.

Por último y no menos importante, quiero agradecer a Iris Ceballos Barrientos y demás personas especiales para mí, gracias infinitas por ayudarme en cada faceta de este trabajo, por darme esas palabras de aliento y aconsejarme cuando fue necesario. Muchas gracias por estar y, sobre todo, por permanecer, tanto para este trabajo como a nivel personal. Esto también es para ustedes.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	VI
CAPÍTULO 1	1
Revisión bibliográfica	1
1.1. Investigaciones sobre el conocimiento del Profesor	1
1.2. Investigaciones que destacan la importancia del uso de las TIC en la práctica docente	4
1.2.1. Tecnologías en la práctica docente	4
1.2.2. Tecnologías en la enseñanza de las Matemáticas	6
1.3. Investigaciones relacionadas con la Función Lineal	8
1.4. Currículo mexicano	9
1.4.1. Respecto al tratamiento del tema Función Lineal	10
1.4.2. Respecto al uso de las TIC	12
1.5. Planteamiento del Problema, Pregunta y Objetivo de investigación	14
CAPÍTULO 2	17
Marco referencial	17
2.1. El modelo TPACK	18
2.1.1. Descripción general de los componentes del TPAK	20
2.1.2. Descripción de los componentes del TPACK para la Función Lineal	21
CAPÍTULO 3	29
Metodología	29
3.1. Contexto y participante	30
3.2. Recolección de los datos	30
3.3. Para analizar la información	34

CAPÍTULO 4	41
Análisis y resultados	41
4.1. Descripción general de acciones del Profesor durante el tratamiento de la Función Lineal	41
4.2. Respecto a los componentes del TPACK	42
4.2.1. Respecto al Conocimiento Tecnológico (TK)	43
4.2.2. Respecto al Conocimiento del Contenido (CK)	48
4.2.3. Respecto al Conocimiento Pedagógico (PK)	56
4.2.4. Respecto al Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK)	64
4.2.5. Respecto al Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)	67
4.2.6. Respecto al Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK)	71
4.2.7. Respecto al Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK)	77
CAPÍTULO 5	81
Conclusiones	81
5.1. Respecto a la pregunta y objetivo de investigación	81
5.2. Discusión de los resultados	84
5.3. Limitaciones y alcances del trabajo de investigación	86
Referencias bibliográficas	88

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, se ha podido observar un creciente interés por indagar respecto al conocimiento del profesor de matemáticas, esto, debido a que los profesores, representan uno de los ejes principales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina (Llinares, 2009; Moreno, 2005; Ponciano y Sosa, 2016), la calidad de la enseñanza brindada en los distintos niveles educativos depende de ellos, de su conocimiento y su preparación para enseñar, lo cual influye directamente en el aprendizaje y desarrollo de competencias matemáticas de sus estudiantes (Pino-Fan et al., 2011; Vásquez y Alsina, 2017). De esta manera, si se pretenden realizar cambios significativos en la educación matemática, resulta necesario prestar atención al conocimiento que poseen los profesores (Moreno, 2005; Ponciano y Sosa, 2016), ya que indagar sobre ello, permite: detectar las carencias y potencialidades que estos tienen con respecto a los diferentes contenidos matemáticos (Ponciano y Sosa, 2016), comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el salón de clases (Llinares, 2009); y, con base en ello, diseñar actividades, talleres o cursos de actualización o de formación que permitan que el docente mejore su práctica (Castro et al., 2007; Moreno, 2005; Ponciano y Sosa, 2016; Vásquez y Alsina, 2017).

Con base en ello, este estudio tuvo por objetivo describir el conocimiento que pone en acción un profesor de matemáticas de secundaria durante la enseñanza de la Función Lineal. Se ha enfatizado en la incorporación de este tipo de herramientas debido al impacto e importancia que tienen actualmente en la sociedad y de manera particular en la Educación Matemática. Algunos autores señalaron que el hecho de que el profesor introduzca herramientas tecnológicas en el salón de clases permite asegurar la educación tecnológica de los estudiantes (Ponciano y Sosa, 2016; Salat, 2009), tal y como se exige en el currículo mexicano (Secretaría de Educación Pública-SEP, 2017); permite modificar las prácticas tradicionales que tienen los profesores para convertirlas en prácticas innovadoras (Hernández, 2013; Ponciano y Sosa, 2016; Santana y Climent, 2015; Steegman et al., 2016; Villanueva, 2004), esto último, debido a que el uso de este tipo de herramientas provoca cambios en el conocimiento del profesor (Ponciano y Sosa, 2016; Santana y Climent, 2015) y estimula su creatividad para enseñar (Hernández, 2013).

En particular, se ha optado por trabajar con la Función Lineal, ya que, es un contenido matemático de gran relevancia dentro de las matemáticas, debido a su utilidad y permanencia en los niveles educativos secundaria, media superior y superior. Su importancia radica en que es considerada como una herramienta para introducir a los discentes en el estudio y modelado de problemas de variación, y de esta manera lograr el desarrollo del pensamiento variacional (Roldán, 2013), el cual se demanda en el currículo mexicano (SEP, 2017) y se favorece al utilizar herramientas tecnológicas durante su tratamiento (Castañeda et al., 2017; Guachún y Mora, 2019; Herrera y Pereyra, 2019; SEP, 2017).

De esta manera, retomando que el énfasis del estudio refiere al conocimiento evidenciando por el profesor de matemáticas participante, se dirá que este fue descrito con base en el modelo Technology, Pedagogical and Content Knowledge-Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK) de Mishra y Koehler (2006), un modelo que retoma a la tecnología no solo como una herramienta para el profesor, como otros modelo teóricos, sino como un conocimiento que este necesita para poder incorporar herramientas tecnológicas de forma eficaz en su práctica docente, el cual se acompaña de los conocimientos pedagógico, del contenido y sus interrelaciones.

Así, de manera general, el desarrollo de esta tesis se organizó en cinco capítulos. En el capítulo 1, se muestra la revisión a la literatura especializada o bibliográfica, los cuales enfatizan en investigaciones realizadas en torno al conocimiento del profesor, importancia del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), así como algunas investigaciones referidas al contenido matemático Función Lineal. También se retoman algunos aspectos declarados en el Plan y Programa de estudio para la Educación Básica Secundaria (SEP, 2017), respecto al uso de TIC en el ámbito matemático, así como el tratamiento sugerido para el contenido matemático de interés. Todo ello, a fin de plantear el problema, la pregunta y el objetivo de investigación.

En el capítulo 2, se expone el marco referencial, detallando así el modelo TPACK de Mishra & Koehler (2006) y sus siete componentes o conocimientos (Conocimiento Tecnológico, Conocimiento Pedagógico, Conocimiento del Contenido, Conocimiento Tecnológico Pedagógico, Conocimiento Tecnológico del Contenido, Conocimiento Pedagógico del Contenido y

Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido) tanto de manera general como para el caso particular de la Función Lineal.

En el capítulo 3, se presenta la metodología utilizada para el estudio, mencionado así, el tipo y enfoque de investigación, el contexto y participante del estudio, la forma en que se recolectaron los datos, así como, la manera en que se llevó a cabo el análisis de los mismos.

En el capítulo 4, se describen los resultados encontrados al analizar la información referente al conocimiento del Profesor Participante, dicha descripción se realizó con base en el modelo TPACK, sus componentes y aspectos que los conforman.

Por último, en el capítulo 5, se exponen las conclusiones de la investigación dando respuesta a la pregunta de investigación planteada al inicio, se contrastan los resultados obtenidos con la literatura especializada y se señala el aporte de la investigación en el ámbito de la Matemática Educativa, asimismo, se mencionan algunas limitaciones del estudio y se dan algunas recomendaciones para investigaciones futuras.

CAPÍTULO 1

Revisión bibliográfica

Para dar cuenta de la importancia del conocimiento del profesor de matemáticas dentro de la Matemática Educativa respecto del contenido matemático Función Lineal, el cual, se trabaja de manera explícita en nivel secundaria y, cómo la tecnología juega un papel relevante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se realizó una revisión a la literatura especializada respecto a lo mencionado. Asimismo, se presentan algunos aspectos que demanda el currículo mexicano respecto del uso de las TIC y del tratamiento del tema Función Lineal. Todo ello, para plantear la problemática, la pregunta y el objetivo de la investigación.

1.1. Investigaciones sobre el conocimiento del Profesor

En los últimos años, se ha observado interés por estudiar el conocimiento de los profesores en formación y en servicio, sobre todo en el área de matemáticas. Esto, se debe a la necesidad de contar con profesores mejor preparados para la enseñanza de esta disciplina, ya que, en gran parte, la calidad de la enseñanza brindada en los distintos niveles educativos depende totalmente de ellos, de su conocimiento y su preparación para enseñar, lo cual influye directamente en el aprendizaje y desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes (Pino-Fan et al., 2011; Vásquez y Alsina, 2017).

En este sentido, si se pretende mejorar la formación matemática de los estudiantes, se considera necesario prestar atención al conocimiento que poseen los profesores ya que son ellos quienes guían al estudiantado en la construcción de conocimiento.

Al respecto, Espinoza et al. (2018), Ponciano (2016), Ponciano y Sosa (2016) y Santana y Climent (2015) han indagado y caracterizado el conocimiento especializado de profesores en temas como: el uso de analogías en la enseñanza de la función, derivadas con uso de tecnología, rectas en un plano, rectas y puntos notables en triángulos con Geogebra, entre otros. Dichas investigaciones han tomado como referente teórico al Mathematics Teacher's Specialized Knowledge-Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) de Carrillo et al. (2013) en su totalidad o bien sobre al menos una de sus categorías. Coincidiendo en que el docente es una pieza crucial para la implementación exitosa de cualquier cambio o propuesta didáctica dentro del salón

de clases y, que hablar de él, implica hacerlo desde su conocimiento y desarrollo profesional. Así, algunos aspectos que permiten que el profesor tenga un mejor desempeño docente (desde el punto de vista de los autores), refieren al uso de analogías y recursos tecnológicos para un dominio total del tema y un conocimiento integrado por parte del mismo.

Asimismo, otros autores (Ciccioli y Sgreccia, 2016; Fernández y Figueiras, 2010; Schaefer y Sgreccia, 2018; Sgreccia y Massa, 2012) se han dedicado a caracterizar el conocimiento del futuro profesor cuando trabaja con geometría analítica elemental, al realizar la transición de primaria a secundaria y cuando se trabajan con cuerpos geométricos o geometría sintética, todos ellos, tomando como referente teórico al modelo Mathematical Knowledge for Teaching-Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) de Ball et al. (2008). Como parte de sus resultados, dichos autores obtuvieron que, los profesores tienen una descoordinación notable entre los registros de representación asociados a los contenidos matemáticos y es por ello, que sugieren que en los programas de formación de profesores se desarrolle el Conocimiento Especializado del Contenido y además, se incluya el Conocimiento en el Horizonte del Contenido, a fin de que los profesores en formación comprendan los contenidos matemáticos de manera relacionada y continua y, con base en ello, llegado el momento, lo puedan comunicar y enseñar a sus educandos de una manera adecuada.

Por su parte, Fuertes y Albarracín (2019), González y Marques (2018), Leiria et al. (2015) y Torres y Deulofeu (2020) tienen como foco de interés al profesor y el conocimiento que posee, se han encargado de identificar, analizar y hasta clasificar el conocimiento que estos evidencian al trabajar con modelización matemática, fracciones, gráficos estadísticos y proporcionalidad, utilizando como modelo teórico al Knowledge Quartet-Cuarteto de Conocimiento (KQ) de Rowland (2008). En este sentido, algunos hallazgos que destacan dichos autores, refieren a los conocimientos que deben tener los profesores y que son clave para una buena enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, estos refieren al conocimiento didáctico (estrategias de enseñanza-aprendizaje) y del contenido (contenidos de la materia), así como, una experiencia previa trabajando frente a grupo.

Autores como Huitrado y Climent (2013) también buscaron caracterizar el conocimiento evidenciado por profesores de olimpiadas matemáticas al analizar errores relativos al álgebra pero desde la línea del conocimiento en acción o saber práctico profesional, ellos, destacan que las

dimensiones obtenidas en el estudio (origen, análisis, propósito, evidencia, valoración, referencia) y su aportación a la caracterización de las categorías iniciales de los saberes en acción (saber que un error es respuesta a la interpretación de una pregunta, saber que el mismo error puede tener diferente origen, saber reconstruir los procedimientos alternativos de los alumnos) pueden ser útiles en el proceso de definición del conocimiento práctico profesional del profesor de matemáticas.

De lo anterior, se resalta que, el profesor es un elemento crucial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, además, entre más domine un tema, más fácil será la comunicación y enseñanza del mismo para con sus estudiantes. En este sentido, se ha analizado según la literatura citada, que se ha buscado caracterizar el conocimiento que evidencian profesores de matemáticas de los diversos niveles educativos y, en distintos ámbitos de la matemática (probabilidad, álgebra, geometría, cálculo, estadística) e incluso, con temas particulares de dichas áreas (rectas en un plano, rectas y puntos notables en un triángulo, funciones, ecuaciones, derivada, división de potencias, proporcionalidad, fracciones, cuerpos geométricos), lo que permitió reconocer, que no hay un único modelo para analizar y describir el conocimiento del profesor, sino que, existen varios de ellos, como el MTSK, MKT, KQ que tienen como foco de interés al profesor, su conocimiento y desempeño dentro del salón de clases.

En este sentido y retomando la idea de Guacaneme y Mora (2011), consideramos que, resulta de gran importancia indagar y describir los conocimientos y competencias que los profesores de matemáticas deben tener y/o desarrollar para el ejercicio profesional docente, se reconoce la necesidad de indagar en el conocimiento del profesor respecto a otros contenidos matemáticos (distintos a los ya mencionados), por ejemplo, la Función Lineal, el cual es un tópico importante en la enseñanza de la matemática debido a que permite describir las relaciones de cambio entre las variables, explicar los cambios de parámetros e interpretar y analizar gráficos (Clement, 2001). Por lo tanto, no sorprende que los principios y estándares para las matemáticas escolares (National Council of Teachers of Mathematics-NCTM, 2000) y las nuevas políticas educativas mexicanas (SEP, 2017) promuevan la introducción de conceptos vinculados a patrones, relaciones y funciones a partir de edades más tempranas. Además de que es un tópico matemático útil, que prevalece en niveles educativos posteriores como secundaria, medio superior y superior.

1.2. Investigaciones que destacan la importancia del uso de las TIC en la práctica docente

En las últimas décadas, los niños y adolescentes se han ido enlazando cada vez más con las nuevas tecnologías, ocasionando que los docentes se vean en la necesidad de utilizarlas también. Esto ha permitido que la educación evolucione significativamente en función de incorporar herramientas de la información y la comunicación dentro del salón de clases.

En este sentido, se resalta aún más la necesidad e importancia de este tipo de herramientas debido a la situación actual por la COVID-19, la cual, ha obligado a tomar acciones inmediatas en el ámbito escolar. El confinamiento ha traído consigo una serie de desafíos para los profesores de los diversos niveles educativos (primaria, secundaria, nivel medio superior y superior), puesto que, se han visto en la obligación de trasladar las clases desde la presencialidad física a lo virtual o semipresencial, situación que ha dado lugar a un incremento sustancial referente a la implementación de TIC para no detener el aprendizaje de los estudiantes (García et al., 2020; Gellibert et al., 2021; Guerrero et al., 2020; Sandoval, 2020). Dicha situación demanda que para que ambas partes puedan ejercer ese proceso de enseñanza-aprendizaje “virtual”, los involucrados (docentes y estudiantes) deben tener cierto conocimiento y dominio de la tecnología (Gellibert et al., 2021).

De esta manera, se comparte la idea de Kirikçilar y Yildiz (2018), quienes afirman que la tecnología es una parte importante de los programas educativos y, por ende, es vital que los profesores utilicen las tecnologías emergentes que tengan a su alcance y las integren en los entornos de enseñanza-aprendizaje de las diversas asignaturas. Algunas investigaciones donde se enfatiza la importancia de las herramientas tecnológicas en la práctica docente y en especial, dentro de las matemáticas, se muestran en los apartados siguientes.

1.2.1. Tecnologías en la práctica docente

Si bien sabemos, la tecnología no solo ha impactado en la sociedad, sino que ha trascendido en la educación, las aulas y, en consecuencia, en el quehacer del profesor, este último, se ha visto en la necesidad de incorporar herramientas tecnológicas dentro del salón de clases y desde casa (por COVID-19), ya sea porque lo exige el plan y programa de estudios, alguna autoridad educativa o simplemente porque la misma sociedad lo demanda. En este sentido, algunos investigadores

(Barráez, 2020; Cabero, Marín et al., 2015; Gellibert et al., 2021; Guerrero et al., 2020; Romero et al., 2016; Sandoval, 2020; Villarreal et al., 2022; Visser et al., 2015) se han ocupado de indagar sobre cómo se incorporan este tipo de herramientas dentro del salón de clases, mientras que otros (Castro et al., 2007; Echeverría, 2014; Hernández, 2017) se han interesado más en reportar los beneficios de su uso durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las investigaciones que han enfatizado en indagar el cómo se incorporan las herramientas tecnológicas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, han develado como parte de los resultados, que hay profesores en servicio que desconocen los diversos tipos de herramientas tecnológicas que podrían utilizar en su labor docente y, debido a dicho desconocimiento, prefieren no intentar su incorporación. Asimismo, algunos otros docentes consideran que por el hecho de conocer algunas herramientas tecnológicas (ordenadores, proyectores, tabletas, pizarra digital interactiva, reproductores de video y música) y utilizarlas, ya son competentes en ello, aun, cuando desconocen (y, por tanto, no utilizan) otro tipo de herramientas igual de importantes como los edublogs, los videoblogs, los webQuest y las presentaciones en línea.

En Barráez (2020), Cabero, Marín et al. (2015), Gellibert et al. (2021), Guerrero et al. (2020), Romero et al. (2016), Sandoval (2020), Villarreal et al. (2022) y Visser et al. (2015) mencionan que la exigencia del uso de herramientas tecnológicas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (presencial o virtual), ha dejado ver que los docentes no están capacitados para incorporar TIC en su práctica docente, ya que, en la mayoría de los casos, la tecnología solo se ha utilizado para repetir las mismas prácticas tradicionales que se han venido realizando como hasta ahora y no para innovar en las aulas. Asimismo, se reportó que el uso reciente de las TIC por COVID-19 fue limitado, y, que gran parte de dicha limitación fue porque los profesores no tuvieron una buena planificación que incorporara este tipo de herramientas, ya sea por el cambio en la modalidad de trabajo (presencial a virtual) tan repentino por la contingencia o, porque, aun conociendo diversas herramientas tecnológicas, los profesores no han desarrollado la competencia de incorporarlas en su labor como docente.

Por otra parte, investigaciones han reportado que la integración de TIC en la educación posee grandes beneficios y es ahí, donde se evidencia su importancia, ejemplo de ello, es que su uso permite despertar el interés y la atención de los estudiantes, sirve como apoyo para el desarrollo

de las lecciones, permite que la clase sea más creativa y dinámica, promueve el trabajo en equipo, la formación individual y colectiva, posibilita la construcción del conocimiento y su difusión (Castro et al., 2007; Echeverría, 2014; Hernández, 2017).

Con lo anterior, se evidencia que actualmente, la incorporación de TIC en la práctica docente es relevante y los beneficios que aporta son tanto para el profesor como para los educandos. Sin embargo, el uso de este tipo de herramientas se ha visto limitado, ya que, su integración ha sido en la mayoría de los casos, para reproducir las mismas prácticas que anteriormente se realizaban sin ella o para hacerlas más atractivas, y no, para construir nuevas escenografías de comunicación para el aprendizaje donde interactúen estudiantes y profesores en prácticas más innovadoras de la enseñanza. Aun así, las investigaciones anteriores, muestran que los profesores tienen una actitud positiva frente a las nuevas tecnologías y la incorporación de estas en las aulas, por lo que, dicha situación debe ser aprovechada para fortalecer y promover su uso en los distintos niveles educativos, asignaturas (como las matemáticas) y sus diferentes áreas, que como ya vimos, resultan de gran importancia, sobre todo, en tiempos donde la educación a distancia obliga a los involucrados (docente y estudiantes) a tener un amplio conocimiento e integración de las mismas.

1.2.2. Tecnologías en la enseñanza de las Matemáticas

En los últimos años y muy recientemente, debido a la COVID-19, se ha observado que la tecnología ha impactado en diversos ámbitos de la sociedad, particularmente, en la parte educativa, lo cual ha dado origen a que las escuelas de los distintos niveles (primaria, secundaria, nivel medio superior y superior) y sus involucrados (docente y estudiantes) se vean en la necesidad de incorporar recursos tecnológicos durante el proceso (presencial, semipresencial o virtual) de enseñanza-aprendizaje de contenidos de las distintas áreas de conocimiento. Asimismo, algunos investigadores (Barráez, 2020; Cabero et al., 2015; Castro et al., 2007; Echeverría, 2014; Gellibert et al., 2021; Guerrero et al., 2020; Hernández, 2017; Romero et al., 2016; Sandoval, 2020; Villarreal et al., 2022; Visser et al., 2015) han reportado los beneficios y las formas de uso de las herramientas tecnológicas por parte de los docentes desde un panorama generalizado, mientras que otras, se han ocupado de analizar el uso de ese tipo de tecnologías desde un área de conocimiento en particular, en este caso, sobre matemáticas.

En este sentido, Gómez et al. (2017), Hernández (2013), Riveros et al. (2011), Salat (2009), Santana (2010) y Steegman et al. (2016) que enfatizan en el último punto, destacaron que el uso de las tecnologías en el ámbito matemático tiene ciertas ventajas, tanto para estudiantes como para los profesores, ya que, reducen el tiempo para la realización de cálculos y permite centrar la atención en el desarrollo de conceptos e ideas, facilita el trazo de gráficos, construcciones auxiliares, análisis de propiedades, estimula la creatividad (de docentes y estudiantes), permite la integración de contenidos que generalmente se trabajan de manera fragmentada, entre otros. Esto, permite ver que el uso de las TIC dentro del salón de clases facilita la enseñanza y comprensión de diversos contenidos matemáticos (ecuaciones de primer y segundo grado, inecuaciones, sistemas de ecuaciones e inecuaciones, funciones, entre otros) e incluso, los maestros muestran una actitud positiva en cuanto a su implementación, de hecho, pareciera que todos los profesores las utilizan o pudiesen hacerlo sin problema alguno durante su práctica docente.

No obstante, Hernández (2013), Riveros et al. (2011), Salat (2009) y Steegman et al. (2016) develan que, aun cuando la mayoría de los profesores reconocen el potencial y utilidad de las TIC e inclusive, muestran una actitud positiva referente a su implementación, admiten que a estas se les está sacando menos rendimiento del que sería posible. Esto último, debido a que la incorporación de este tipo de herramientas implica tiempo adicional y esfuerzo para desarrollar metodologías de enseñanza innovadoras, lo cual, provoca desacuerdo en algunos profesores y optan por continuar con las prácticas tradicionales y omitir su uso.

Por su parte, Salat (2009) menciona que en la actualidad, la mayoría de las personas tienen acceso a diversos tipos de herramientas tecnológicas y eso es algo que debería ser aprovechado por los profesores y estudiantes, no obstante, desde el punto de vista de dicho autor, para que estos últimos hagan un uso creativo de este tipo de herramientas durante el aprendizaje de las matemáticas, se considera relevante, que existan profesores que promuevan este tipo de acciones con ideas importantes dentro del salón de clases.

Con lo anterior, se destaca la importancia de las TIC en el ámbito escolar, ya que, su uso conlleva a diversas ventajas, tanto para estudiantes como para profesores de matemáticas. En los primeros propiciando dinamismo, autoaprendizajes, independencia, así como, una mejor visualización y tratamiento de los contenidos matemáticos; en los profesores, hacen posible una mejor obtención,

análisis, organización y comunicación de las ideas y la información; planificación y organización de las actividades; facilita el trabajo en equipos; posibilita el manejo de la tecnología y resolución de problemas matemáticos (Gómez et al., 2017; González y Trelles, 2017; Hernández, 2013; Riveros et al., 2011; Salat, 2009; Santana, 2010; Steegman et al., 2016). Sin embargo, aun con esto último, en Cabero, Marín et al. (2015) y Steegman et al. (2016) dan evidencia que a las herramientas tecnológicas no se les está sacando el máximo potencial, por lo que, sus recomendaciones van encaminadas en la incorporación de este tipo de herramientas en la práctica docente (específicamente en el aula de matemáticas) de una manera innovadora y sobre todo, eficaz (Cabero, Marín et al., 2015; Hernández, 2013; Romero et al., 2016; Salat, 2009), que centre la atención en el estudiante y en el contenido a tratar y no solo en la tecnología como algunas investigaciones lo reportan.

1.3. Investigaciones relacionadas con la Función Lineal

La Función Lineal es un tópico matemático de gran importancia dentro del contexto escolar debido a su incorporación y trascendencia desde nivel básico hasta nivel superior. He ahí que algunos investigadores enfatizan en torno a dicho contenido. Algunas investigaciones se han enfocado sobre estudiantes (Campeón et al., 2018; Castañeda et al., 2017; Soto et al., 2019), otras con futuros profesores de matemáticas (Amaya et al., 2016; Tuyub y Buendía, 2017) e inclusive algunas otras sobre el diseño de tareas para mejorar su enseñanza (Guachún y Mora, 2019).

En este sentido, Campeón et al. (2018), Castañeda et al. (2017) y Soto et al. (2019) han priorizado el trabajo con los estudiantes y, se han propuesto potenciar el aprendizaje del contenido matemático Función Lineal o bien, analizar el existente, ya sea mediante la modelación matemática o incorporando algún tipo de herramienta tecnológica. Como parte de sus resultados, dichas investigaciones han reportado que los estudiantes muestran dificultades en la conversión de registros de representación y en la comprensión de problemas en lenguaje coloquial y, que dichas dificultades, disminuyen o podrían hacerlo, cuando se trabaja con secuencias didácticas relacionadas con el contexto en el que están inmersos y si se incorpora algún tipo de herramienta tecnológica durante su tratamiento.

Respecto de la literatura sobre Función Lineal, Amaya et al. (2016) y Tuyub y Buendía (2017) enfatizaron el trabajo con futuros profesores de matemáticas, con el objetivo de establecer un

vínculo entre el tratamiento escolar de dicho contenido y el contexto sociocultural en el que están inmersos, o bien, evaluar su conocimiento. Se destacó que en las escuelas se prioriza el tratamiento algorítmico de funciones, ya que todo lo relacionado con ellas (pendiente, intersecciones, ecuaciones) es por medio de fórmulas, lo cual dificulta la comprensión del concepto, así como, la conexión y transición entre los diversos registros de representación asociados. Se reportó, además, que futuros profesores consideran que las representaciones gráficas, tabular, lenguaje coloquial y fenomenológica no son representaciones de una Función Lineal. En este sentido, dichos autores destacan las dificultades asociadas a la comprensión del contenido matemático en cuestión y consideran que, si se pretende desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes, se debe resignificar la matemática escolar considerando su uso en los diferentes escenarios educativos.

Otra investigación referente a la Función Lineal es la de Guachún y Mora (2019), quienes realizaron una propuesta didáctica que incorpora el uso de Geogebra a fin de contribuir en el tratamiento de la Función Lineal. Dichos autores, incorporaron herramienta tecnológica en su propuesta debido a que, con ello, se contribuye a que los estudiantes tengan un aprendizaje más significativo del concepto en cuestión.

Con lo anterior, se evidencia que tanto estudiantes como futuros profesores de matemáticas tienen dificultades en cuanto al aprendizaje del contenido matemático Función Lineal, específicamente, en el tránsito y coordinación de sus distintos registros de representación, mismas que pueden atenderse y/o disminuirse si se incorporan herramientas tecnológicas durante su tratamiento. Asimismo, se ha observado que, la mayoría de las investigaciones que refieren al concepto antes mencionado, están centradas en mejorar su aprendizaje y enseñanza, e inclusive en evidenciar el conocimiento que tienen los estudiantes y futuros profesores de matemáticas. Sin embargo, existe escasa investigación que indague sobre el conocimiento que poseen profesores en servicio respecto del tema Función Lineal, lo que resulta ser un área de oportunidad.

1.4. Currículo mexicano

El currículo, es un documento importante para el sistema educativo de cualquier país, incluido México, ya que, en él se plantea todo lo relacionado con las aspiraciones sociales sobre la formación de los estudiantes, asimismo, se establecen los contenidos que se deben enseñar y se proponen los métodos adecuados para la enseñanza y evaluación de los aprendizajes. En otras

palabras, dicho documento permite saber qué enseñar, cómo enseñar y para qué hacerlo. Estas preguntas se responden a través de los diferentes elementos que integran al Plan y Programa de estudios correspondiente a cada nivel educativo (Hernández y García, 2017; Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación-INEE, 2016; Verdugo y Campoverde, 2020).

Algunos autores (Hernández y García, 2017; Verdugo y Campoverde, 2020) señalan que el currículo le es útil, no solo a las instituciones, sino también a los profesores porque funge como una guía o manual de procedimientos pedagógicos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de los diversos contenidos.

Así, debido a la utilidad y relevancia de dicho documento para la labor docente en general y en particular, para el docente de matemáticas, se realizó una revisión del Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica (SEP, 2017) con el objetivo de ubicar en qué grado se recomienda abordar el tema Función Lineal, así como, conocer las sugerencias para el tratamiento del mismo y, por último, indagar sobre las recomendaciones para incorporar TIC en las aulas.

1.4.1. Respecto al tratamiento del tema Función Lineal

El Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica (SEP, 2017) son documentos importantes, debido a que, describen los contenidos que se deben abordar en las diversas asignaturas y también provee algunas recomendaciones acerca de cómo trabajarlos. Los contenidos correspondientes a la asignatura de Matemáticas no son la excepción, ya que, en la revisión a los documentos antes mencionados, se observó que el tema Función Lineal se trabaja de manera implícita en los últimos años de la Educación Primaria al abordar el tema de proporcionalidad, sin embargo, el tratamiento explícito de dicho contenido matemático se comienza desde el primer grado de Educación Secundaria y, se profundiza en los años posteriores.

Así, para poder explicar la forma en cómo se sugiere el tratamiento del tema en cuestión, se considera oportuno destacar que todos los contenidos matemáticos integrados en los Programas de estudio para la Educación Básica 2017 están organizados en tres ejes temáticos y doce temas asociados a estos (ver Tabla 1).

Tabla 1

Organizadores curriculares de la asignatura de Matemáticas.

Ejes Temáticos	Temas
	Número
	Adición y sustracción
	Multiplicación y división
Número, álgebra y variación	Proporcionalidad
	Ecuaciones
	Funciones
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes
Forma, espacio y medida	Ubicación espacial
	Figuras y cuerpos geométricos
	Magnitudes y medida
Análisis de datos	Estadística
	Probabilidad

En este sentido y con base en la revisión del Programa de estudio para la Educación Básica Secundaria de primer grado, se encontró que la Función Lineal forma parte del tema “Funciones”, el cual se asocia al eje temático de número, álgebra y variación, asimismo, se reporta que el aprendizaje que se espera al realizar el tratamiento de dicho contenido matemático radica en que el estudiante pueda *analizar y comparar situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica y que también pueda interpretar y resolver problemas que se modelan con estos tipos de variación* (SEP, 2017b).

Así, aun cuando el Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica (SEP, 2017) establecen la forma de cómo trabajar el tema Función Lineal, también se ofrece una flexibilidad curricular, la cual permite dar cuenta que dicho contenido no tiene un momento en específico para abordarse a lo largo de todo el ciclo escolar y que el docente tiene la libertad de integrarlo en el momento que lo considere oportuno.

De esta manera, se entiende que, desde la perspectiva curricular, el tema Función Lineal debe trabajarse con base en la resolución de problemas de naturaleza variacional que posibiliten el tránsito y relación entre sus diversas representaciones (tabular, algebraica o gráfica). Dicho tratamiento podría beneficiarse con la incorporación de alguna herramienta tecnológica, lo cual haría posible también, el desarrollo de la competencia digital en los estudiantes, tal y como lo sugiere el Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica (SEP, 2017).

1.4.2. Respecto al uso de las TIC

Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) resultan de vital importancia dentro de la sociedad, debido a las contribuciones o facilidades que su uso conlleva para la realización de diversas actividades. La educación no es la excepción, ya que el mismo currículo mexicano sugiere a los profesores en general, y a los de matemáticas en particular, que incorporen este tipo de herramientas en su práctica docente (SEP, 2017a).

El Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica (SEP, 2017) establecen que los egresados de educación básica deben mostrar habilidades digitales, por lo que, la escuela debe crear las condiciones para que los estudiantes desarrollen las habilidades de pensamiento cruciales para el manejo y el procesamiento de la información, así como para el uso consciente y responsable de las TIC.

Se considera que el profesor debe aprovechar las TIC disponibles en su institución como medio para trascender las fronteras del aula, potenciar el trabajo colaborativo, vincularlo con la realidad local, nacional y mundial, promover la generación de soluciones creativas a problemas diversos y participar en comunidades colaborativas. Los estudiantes, por su parte, deberán aprender habilidades para el manejo de la información y el aprendizaje permanente, haciendo uso de este tipo de herramientas.

Por otra parte, se entiende que no todas las instituciones cuentan con la infraestructura necesaria para implementar el currículo en su totalidad, sin embargo, en aquellas donde las condiciones lo permitan, se debe potenciar la enseñanza aprendizaje haciendo uso de las TIC. De acuerdo con el Plan de estudios para la Educación Básica (SEP, 2017a) hay dos modelos de uso para la tecnología, los cuales son:

- *Interacción mediada*: refiere a que el profesor o algunos estudiantes usan la tecnología para realizar actividades con todo el grupo. Usualmente hay un dispositivo y un proyector que permite la participación de todos.
- *Interacción directa con los dispositivos electrónicos*: en la cual los estudiantes utilizan dispositivos electrónicos en actividades de aprendizaje individuales o colaborativas, dentro o fuera del salón de clases.

Así, se entiende que tanto profesores como estudiantes pueden realizar diversas actividades educativas utilizando este tipo de herramientas, algunas de ellas refieren a buscar, seleccionar, evaluar, clasificar e interpretar información; presentar información multimedia; comunicarse; interactuar con otros; representar información; explorar y experimentar; manipular representaciones dinámicas de conceptos y fenómenos; crear productos; evaluar los conocimientos y habilidades de los estudiantes, entre otros. Desde el punto de vista del currículo mexicano, dichas acciones pueden formar parte de secuencias y estrategias didácticas, permitiendo así, que tanto docentes y discentes tengan acceso a ideas como la formulación y verificación de hipótesis, generalización, noción de variación, uso de algoritmos y procesos infinitos, entre otras. Todo lo anterior, permitirá favorecer los aprendizajes propuestos en el Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica (SEP, 2017) y, además, promover el desarrollo y evaluación de habilidades como: pensamiento crítico, pensamiento creativo, manejo de información, comunicación, colaboración, uso de la tecnología, ciudadanía digital, automonitoreo y pensamiento computacional.

En particular, para el área de matemáticas el currículo establece que utilizar actividades que incorporen tecnologías puede promover en los estudiantes la exploración de ideas y conceptos matemáticos, así como, el análisis y modelación de fenómenos y situaciones problemáticas. Es por ello, que actualmente se encuentran una selección de actividades disponibles en internet, las cuales fueron diseñadas con algunas de las herramientas más utilizadas en el ámbito de las Matemáticas, como las hojas electrónicas de cálculo, los manipuladores simbólicos, los graficadores y otras aplicaciones digitales, actividades mismas que el profesor puede incorporar en su práctica docente siempre y cuando el plantel en el que labora cuente con la infraestructura necesaria para ello.

En este sentido, el currículo mexicano recomienda la implementación de situaciones o actividades matemáticas que impliquen el uso de la tecnología como tal, ya que algunos softwares, por ejemplo, el Geogebra permite trabajar con distintas representaciones dinámicas de conceptos y situaciones, como la representación gráfica, numérica y algebraica.

Así, con base en lo estipulado en el Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica 2017, se evidencia la necesidad de incorporar la tecnología en la práctica docente, con el propósito de que los estudiantes cuenten con los elementos necesarios y suficientes para desenvolverse en las distintas asignaturas del nivel básico, los niveles superiores y, sobre todo, como ciudadanos, en una sociedad en la que el uso de este tipo de herramientas tecnológicas resulta de vital importancia. En particular, se espera que los profesores incorporen las distintas tecnologías durante su labor docente para que los estudiantes tengan un referente de cómo utilizar este tipo de herramientas en la resolución de tareas o problemas escolares y/o de su contexto inmediato.

1.5. Planteamiento del Problema, Pregunta y Objetivo de investigación

El conocimiento del profesor resulta relevante en la investigación desde el punto de vista de la Matemática Educativa, ya que, es precisamente el docente quien funge como uno de los ejes principales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Lo que este conoce respecto a los contenidos matemáticos y su preparación docente, son aspectos que impactan directamente en el aprendizaje de los estudiantes, por lo que, si realmente se pretende generar cambios plausibles en la Educación Matemática, es necesario prestar atención al conocimiento que evidencian los profesores. Diversos autores (Ciccioli y Sgreccia, 2016; Espinoza et al., 2018; Fernández y Figueiras, 2010; Fuertes y Albarracín, 2019; González y Marques, 2018; Huitrado y Climent, 2013; Leiria et al., 2015; Ponciano, 2016; Ponciano y Sosa, 2016; Santana y Climent, 2015; Sgreccia y Massa, 2012; Schaefer y Sgreccia, 2018; Sosa et al., 2015; Torres y Deulofeu 2020) comparten la idea anterior e incluso, han estudiado, analizado, descrito y/o evaluado el conocimiento del profesor en distintas áreas de la matemática (probabilidad, álgebra, geometría, calculo, estadística, etcétera) y temas particulares de la misma (rectas en un plano, rectas y puntos notables en un triángulo, derivada, funciones, división de potencias, ecuaciones, inecuaciones, cuerpos geométricos, proporcionalidad, fracciones, entre otros), todo ello, desde diversos modelos teóricos (MTSK, MKT, QK) que permiten enfatizar en el conocimiento del docente.

No obstante, aun cuando ya existen diversas investigaciones sobre el conocimiento del profesor, se reconoce la necesidad de indagar en el conocimiento que tienen estos respecto a otros contenidos matemáticos, por ejemplo, la Función Lineal, el cual es un tópico de gran relevancia dentro de la Educación Matemática debido a su utilidad y pertinencia en los niveles educativos secundaria, media superior y superior, y, cuyo estudio ha enfatizado en el trabajo con estudiantes (Campeón et al., 2018; Castañeda et al., 2017; Soto et al., 2019), con futuros profesores de matemáticas (Amaya et al., 2016) y en el diseño de tareas que mejoren su tratamiento (Guachún y Mora, 2019), de modo que, se identifica un área de oportunidad para realizar investigación referida al conocimiento del profesor en servicio respecto a dicho contenido matemático.

Aunado con lo anterior, Castañeda et al. (2019), González y Rosas (2017), Soto et al. (2019) e incluso, en SEP (2017), sugieren la incorporación de herramientas tecnológicas para el tratamiento de diversos contenidos escolares, específicamente se recomienda el uso de las mismas para el tratamiento del contenido matemático Función Lineal, debido a que su uso posibilita un tránsito y coordinación entre sus distintos registros de representación, lo cual conduce a un aprendizaje significativo del tema.

En este sentido, dada la tendencia a estudiar el conocimiento del profesor y la importancia que está teniendo el uso de la tecnología en la sociedad y en la Educación Matemática, se comparte la idea de algunos autores (Cabero, Marín et al., 2015; Hernández, 2013; Romero et al., 2016; Salat, 2009) respecto a que se debe prestar atención sobre cómo se incorporan las herramientas tecnológicas en la práctica docente y, los conocimientos que posee el profesor sobre dichas herramientas, pero, sin dejar de lado al contenido matemático de interés y, sobre todo, al estudiante y sus diversas formas de aprendizaje. De esta manera, se destaca que el conocimiento del docente debe ser indagado desde una perspectiva tecnológica, pedagógica y del contenido.

Con el presente estudio interesa contribuir en lo antes mencionado centrando la atención en cómo un profesor de matemáticas incorpora las TIC durante el tratamiento de la Función Lineal y, sobre todo, qué conocimiento evidencia este al realizar dicha acción. De esta manera, la pregunta de investigación que se ha planteado es ¿Qué conocimiento pone en acción un profesor de matemáticas durante la enseñanza de la Función Lineal? Y para dar respuesta a dicha interrogante

el objetivo radicó en describir el conocimiento que pone en acción un profesor de matemáticas de secundaria durante la enseñanza de la Función Lineal.

Cabe señalar, que para describir el conocimiento del profesor se consideraron las tres perspectivas sugeridas anteriormente (pedagógica, tecnológica y del contenido), por lo que, el modelo que más se adecuó para realizar la presente investigación fue el TPACK, mismo que se describe en el apartado siguiente.

CAPÍTULO 2

Marco referencial

En el capítulo anterior se enfatizó sobre la importancia del conocimiento del profesor de Matemáticas dentro de la Matemática Educativa, debido a que es este quien funge como guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, asimismo, se ha mencionado que actualmente existen diversos modelos teóricos que permiten indagar, describir o incluso evaluar el conocimiento del profesor a fin de brindar herramientas que contribuyan en la mejora de la enseñanza-aprendizaje de los contenidos de dicha área. En este sentido, algunos de los modelos teóricos más utilizados actualmente en el ámbito de la Matemática Educativa sobre el conocimiento del profesor son los siguientes.

- El Mathematics Teacher's Specialized Knowledge-Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), desarrollado por Carrillo et al. (2013), el cual está conformado por 6 subdominios: Conocimiento de los temas (KoT), Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM), Conocimiento de las Prácticas Matemáticas (KPM), Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM), Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT).
- El Mathematical Knowledge for Teaching-Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), desarrollado por Ball et al. (2008), el cual está conformado por: el Conocimiento Común del Contenido (CCK), el Conocimiento Especializado del Contenido (SCK), el Conocimiento en el Horizonte Matemático (HCK), el Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT) y Conocimiento del Currículo (CC).
- El Knowledge Quartet-Cuarteto de Conocimiento (QK) desarrollado por Rowland (2008) quien distingue cuatro categorías de conocimiento del profesor, que son: fundamento, transformación, conexión y contingencia.

Los modelos teóricos antes mencionados están bajo el supuesto del Pedagogical Content Knowledge-Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) de Shulman (1986), quien prioriza el análisis del conocimiento del profesor desde dos perspectivas: la pedagógica y la del contenido.

No obstante, además de los modelos teóricos mencionados existen otros más que enfatizan sobre el conocimiento del profesor, entre ellos, el Technological, Pedagogical and Content Knowledge-Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK) desarrollado por Mishra & Koehler (2006), en el cual se considera tres componentes o conocimientos base, dos de ellos (Conocimiento Pedagógico y Conocimiento del Contenido) retomados también del modelo de Shulman (1986) y uno adicional (Conocimiento Tecnológico), el cual se agrega debido a la importancia que está teniendo el uso de las tecnologías en la actualidad.

En este sentido, debido a que el objetivo de la presente investigación es describir el conocimiento del profesor de matemáticas desde los ámbitos matemático, pedagógico y tecnológico, se ha considerado que el modelo teórico que ajusta para el logro del objetivo es el Technological, Pedagogical and Content Knowledge-Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK). Cabe resaltar que, el aspecto tecnológico desde el modelo TPACK se entiende como el saber usar o aplicar la tecnología por parte del profesor en conjunto con los componentes matemático y pedagógico.

2.1. El modelo TPACK

Las tecnologías están impactando en la educación matemática al grado tal que los Planes y los Programas de estudio para la Educación Básica (SEP, 2011; 2017) exigen la incorporación de este tipo de herramientas dentro del salón de clases con el objetivo de formar estudiantes competentes en el ámbito tecnológico. He ahí donde el profesor juega un papel relevante y se considera pertinente que, para lograr el objetivo anterior, sea este quien tenga el dominio y conocimiento sobre dichas herramientas para poder comunicarlo y enseñarlo a sus educandos.

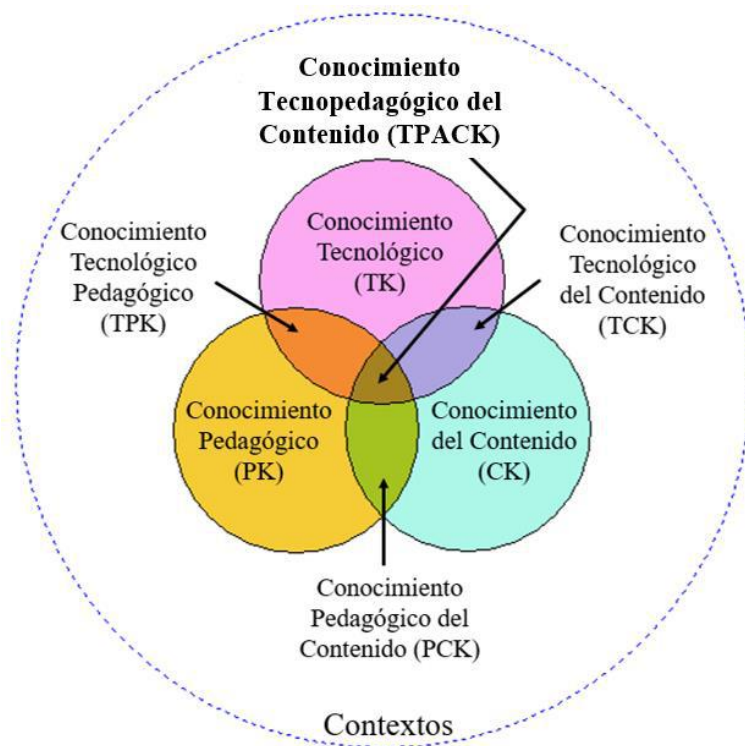
En este sentido, lo que caracteriza al modelo Technological, Pedagogical and Content Knowledge-Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK) de Mishra & Koehler (2006) es el trabajo con la tecnología, pero no solo como un instrumento de apoyo más, sino como un conocimiento que el profesor debe poseer para utilizarlas (aplicarlas) de forma adecuada en su labor docente.

El TPACK es un modelo teórico que surge para complementar la idea de Shulman (1986) respecto al PCK (Pedagogical Content Knowledge), donde se consideran dos componentes para el proceso de enseñanza-aprendizaje que son los contenidos (CK) y la pedagogía (PK). Dado el rápido avance e impacto que las tecnologías tienen dentro de la sociedad y en la comunidad escolar, Mishra & Koehler (2006) consideraron pertinente la incorporación de un tercer elemento (tecnología) a la bina antes mencionada, con el fin de explicar, describir, delimitar e incluso evaluar la base del conocimiento de los docentes para enseñar efectivamente usando herramientas digitales.

El modelo TPACK se constituye de siete conocimientos (ver Figura 1), tres de ellos nucleares o base y los cuatro restantes se obtienen de las intersecciones e interrelaciones de los tres primeros.

Figura 1

Modelo TPACK y sus componentes (retomado y traducido de Koehler et al., 2015).



Conservando sus siglas en inglés, los conocimientos nucleares o base son: Conocimiento del Contenido (CK), Conocimiento Pedagógico (PK) y Conocimiento Tecnológico (TK) y los cuatro conocimientos faltantes son: Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK), Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK) y el

Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK), en conjunto, los siete componentes se describen como sigue, primero, desde una postura general para después relacionarlos con el contenido matemático de interés (Función Lineal).

2.1.1. Descripción general de los componentes del TPACK

Mishra & Koehler (2006) opinan que para que exista una enseñanza efectiva con tecnologías tal y como exigen los Planes y los Programas de estudio es necesario que los docentes cuenten con ciertos conocimientos, tres de ellos nucleares.

Conocimiento del Contenido (CK): es el conocimiento acerca del tema o asignatura que debe ser aprendida o enseñada y cómo este cambia con respecto de otros debido a su naturaleza.

Conocimiento Pedagógico (PK): refiere a los métodos y procesos de enseñanza e incluye conocimiento sobre la gestión del aula, la evaluación, el desarrollo del plan de estudio y el aprendizaje del estudiante.

Conocimiento Tecnológico (TK): describe el conocimiento sobre diversas herramientas tecnológicas y la capacidad del individuo de adaptarse a los nuevos avances en este ámbito.

Los otros cuatro conocimientos del TPACK que se obtienen al interrelacionar los componentes o conocimientos base anteriores, son.

Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK): indica la comprensión del docente respecto a qué tecnologías resultan más adecuadas para el tratamiento de determinados contenidos y viceversa.

Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK): refiere a la comprensión de qué y cómo modificar las actividades pedagógicas o la labor docente cuando se emplean herramientas tecnológicas.

Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK): hace énfasis en la comprensión de cómo los aspectos particulares de una materia o contenido son organizados, adaptados y representados para la instrucción (Shulman, 1986).

Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK): es el conocimiento del docente para enseñar el contenido o asignatura utilizando apropiadamente métodos pedagógicos y tecnologías.

2.1.2. Descripción de los componentes del TPACK para la Función Lineal

El TPACK es un modelo que se ha utilizado como referente teórico en diversas investigaciones cuyos objetivos han sido identificar, describir e incluso evaluar el conocimiento de profesores en distintas áreas de conocimiento (inglés, literatura, educación física, historia, entre otras) de manera general (Cabero, Marín et al., 2015; Cabero, Roig et al., 2017; Colomer et al., 2018; Fernández et al., 2018; Flores et al., 2018; González, 2017; Marcelo et al., 2016) y algunas otras investigaciones se han realizado desde la disciplina de la Matemática Educativa (Arévalo et al., 2019; Guerrero, 2010; Kirikçilar & Yildiz 2018; Kul et al., 2019).

Con base en lo anterior, se destaca que Mishra & Koehler (2006), Cabero, Marín et al., (2015) y Kirikçilar & Yildiz, (2018) mencionan explícitamente los aspectos a observar y valorar en el profesor desde los componentes del modelo en cuestión, y con ello, dar evidencia del conocimiento del mismo. Sin embargo, los componentes y aspectos del modelo TPACK son considerados generales (para cualquier disciplina), por lo que, la especificidad de estos para el contenido Función Lineal se considera un aporte para la Matemática Educativa.

Para lograr mayor precisión respecto del modelo TPACK, sus componentes y sus aspectos relevantes, se consideró a los autores (Arévalo et al., 2019; Cabero, Marín et al., 2015; Cox & Graham, 2009; Kirikçila & Yildiz, 2018; Mishra & Koehler, 2006), respecto del contenido matemático Función Lineal y sus características (definiciones, elementos, representaciones, contextos de uso), se consideró a (Amaya et al. 2016; Campeón et al., 2018; Castañeda et al., 2017; Guachún y Mora, 2019; Soto et al., 2019; Tuyub y Buendía, 2017) asimismo, se realizó una revisión del Plan y los Programas de estudio para la Educación Básica Secundaria (SEP, 2017) en donde se especifican algunas recomendaciones para el tratamiento del contenido matemático de interés.

Todo ello, con el objetivo de precisar los componentes del modelo TPACK, tanto para la Función Lineal, como para los aspectos particulares de cada componente del mencionado modelo. De esta manera, se dirá que el profesor de matemáticas evidencia conocimiento respecto a los componentes del TPACK, si lo que hizo y dijo (ya sea de forma escrita o verbal), durante la enseñanza del tema mencionado se relacionó con alguno o algunos de los aspectos que lo conforman. Por lo que, los componentes y aspectos para cada componente del modelo se describen como sigue.

Conocimiento del Contenido (CK): refiere al saber que el docente debe tener sobre el contenido que se va a aprender o enseñar de una materia o disciplina, en este caso, sobre Función Lineal. Es decir, que el profesor debe conocer su definición, representaciones, contextos de uso, así como su relación con otros contenidos matemáticos. De esta manera, algunos aspectos que se consideran que el profesor puede evidenciar respecto a este componente son los que se pueden apreciar en la Tabla 2.

Tabla 2

Aspectos del Conocimiento del Contenido (CK)

Aspectos del CK	Descripción
CK1	Conoce y/o utiliza métodos y estrategias para desarrollar su conocimiento sobre Función Lineal.
CK2	Evidencia conocimiento del contenido Función Lineal al utilizar símbolos y términos propios del contenido matemático. Es decir, conoce su definición (relación de correspondencia entre variables, correspondencia entre elementos de dos conjuntos, dependencia entre dos variables, conjunto de pares ordenados, relación entre dominio e imagen), los elementos que la conforman (variables, pendiente, ordenada al origen), sus representaciones (analítica, gráfica, tabular y lenguaje coloquial) y la relación existente entre ellas. Además, puede establecer diferencias entre Función Lineal y expresión algebraica, ecuación lineal, también diferencia entre una variable, literal, incógnita.
CK3	Relaciona el tema Función Lineal con otros contenidos matemáticos, entre ellos, operaciones con números enteros, decimales, fraccionarios, tanto positivos como negativos; uso del plano cartesiano; conversión de fracciones a decimales y viceversa; jerarquía de operaciones y paréntesis; proporcionalidad directa, ecuación lineal, entre otros.

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la literatura respecto del modelo TPACK (Cabero, Marín et al., 2015, p. 21-22) y sobre Función Lineal (Amaya et al. 2016; Campeón et al., 2018;

Castañeda et al., 2017; Guachún y Mora, 2019; Soto et al., 2019; Tuyub y Buendía, 2017) y los Programas de estudio para la Educación Básica Secundaria (SEP, 2017b).

Conocimiento Pedagógico (PK): es el conocimiento del docente respecto a las actividades pedagógicas generales que puede utilizar. Dichas actividades son independientes de un contenido o tema específico (lo que significa que pueden usarse con cualquier contenido) y pueden incluir estrategias para motivar a los estudiantes, comunicarse con ellos, presentar información a los educandos, administrar el salón de clases, entre otras. Además, este componente incluye actividades generales que podrían aplicarse en todos los dominios de contenido, como el aprendizaje por descubrimiento, el aprendizaje cooperativo, el aprendizaje basado en problemas, etc. En general, los profesores deben conocer propósitos educativos generales, valores y metas; también deben saber cómo aprenden los estudiantes, estrategias de manejo de clase, planificación de clases y evaluación sobre el conocimiento de los estudiantes. Por lo que, los aspectos que se pueden evidenciar en este componente refieren a los establecidos en la Tabla 3.

Tabla 3

Aspectos del Conocimiento Pedagógico (PK)

Aspectos del PK	Descripción
<i>PK1</i>	Conoce las metas u objetivos de aprendizaje señalados por el currículo.
<i>PK2</i>	Sabe cómo evaluar el rendimiento de sus estudiantes dentro y fuera del salón de clases.
<i>PK3</i>	Adapta su estilo de enseñanza para los alumnos con diferentes estilos de aprendizaje (estudiantes con necesidades educativas especiales).
<i>PK4</i>	Utiliza diversos enfoques de enseñanza (el profesor como ejecutor de técnicas para introducir contenidos, como facilitador de conocimiento y como modelo y ejemplo para el estudiante) dentro del salón de clases.
<i>PK5</i>	Conoce los aciertos y dificultades de los estudiantes para comprender contenidos.

<i>PK6</i>	Organiza a sus estudiantes y mantiene la dinámica en el salón de clases.
<i>PK7</i>	Diseña actividades para el logro de aprendizajes considerando tiempo, contexto y conocimientos previos del estudiante y con ello favorecer el desarrollo conceptual, actitudinal y procedimental de los mismos.
<i>PK8</i>	Conoce y/o utiliza diversas estrategias de enseñanza y aprendizaje en el aula (aprendizaje colaborativo, por proyectos, basado en problemas, etc.).
<i>PK9</i>	Conoce y/o utiliza diversos materiales en su práctica docente.

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la literatura respecto del modelo TPACK (Cabero, Marín et al., 2015, p. 21-22).

Conocimiento Tecnológico (TK): refiere al conocimiento acerca de las tecnologías emergentes (Internet, Blogs, Videos, Software, aplicaciones) y las habilidades para su uso. Entre dichas tecnologías se incluye además el conocimiento sobre los sistemas operativos y el hardware de la computadora, así como la capacidad para utilizar navegadores web, programas de correo electrónico, procesadores de texto, hojas de cálculo, entre otros. Así mismo, comprende la capacidad del individuo para actualizarse de forma constante, debido al rápido avance de la tecnología. Tener este tipo de conocimiento permite que una persona procese información, la comunique, resuelva problemas y lleve a cabo una variedad amplia de tareas. Así, los aspectos que refieren al CK son los mencionados en la Tabla 4.

Tabla 4

Aspectos del Conocimiento Tecnológico (TK)

Aspectos del TK	Descripción
<i>TK1</i>	Conoce diversas herramientas tecnológicas, software y aplicaciones.
<i>TK2</i>	Se mantiene informado sobre las actualizaciones y nuevas herramientas tecnológicas que surgen.
<i>TK3</i>	Juega y experimenta con distintas herramientas tecnológicas.

<i>TK4</i>	Tiene conocimientos técnicos para operar con tecnología, es decir, si presenta ciertas dificultades durante su uso, las puede resolver sin problema alguno.
<i>TK5</i>	Asimila conocimientos tecnológicos fácilmente, es decir, aprende con facilidad todo lo relacionado con herramientas tecnológicas.

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la literatura respecto del modelo TPACK (Cabero, Marín et al., 2015, p. 21-22).

Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK): refiere al conocimiento de cómo el contenido Función Lineal y la tecnología se influyen y limitan entre sí. El profesor tiene conocimiento sobre la forma en que el tema y los tipos de representaciones asociadas pueden cambiar cuando se emplean herramientas tecnológicas, además de poder reconocer qué tecnologías son las más adecuadas para trabajar con dicho contenido matemático y cuáles no lo son. De esta manera, los aspectos referidos al TCK son los especificados en la Tabla 5.

Tabla 5

Aspectos del Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK)

Aspectos del TCK	Descripción
<i>TCK1</i>	Conoce y elige las tecnologías que puede usar para hacer comprender lo relacionado con Función Lineal. Ejemplo de ello refiere a programas, software, aplicaciones, que puede instalar en computadoras, tablet, teléfonos móviles, también podrían ser navegadores web, entre otros.
<i>TCK2</i>	Utiliza alguna herramienta tecnológica para representar el tema Función Lineal (softwares como Geogebra, Sketchpad, Cabri; programas como Excel; aplicaciones o navegadores como Wolfram Alpha; entre otros).
<i>TCK3</i>	Utiliza alguna herramienta tecnológica para realizar operaciones referentes a la Función Lineal. Por operaciones se entiende no solo a las

aritméticas como suma, resta, multiplicación y división, también incluye a las operaciones gráficas.

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la literatura respecto del modelo TPACK (Cabero, Marín et al., 2015, p. 21-22).

Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK): indica el conocimiento sobre herramientas tecnológicas que facilitan las labores propias de la docencia como registros de clases, asistencias, calificaciones, guías didácticas, socialización de experiencias o paneles de discusión. También podría incluir el conocimiento de cómo motivar a los educandos utilizando tecnología o cómo involucrarlos en un aprendizaje cooperativo haciendo uso de este tipo de herramientas. Los aspectos relacionados con TPK son descritos en la Tabla 6.

Tabla 6

Aspectos del Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)

Aspectos del TPK	Descripción
<i>TPK1</i>	Diseña actividades beneficiándose de recursos tecnológicos.
<i>TPK2</i>	Selecciona tecnologías que mejoran la enseñanza y aprendizaje de una lección.
<i>TPK3</i>	Reconoce la influencia que tiene la tecnología en su labor como docente, ya sea como motivador, promotor de aprendizajes, entre otros.
<i>TPK4</i>	Adopta un pensamiento crítico sobre la forma de utilizar la tecnología en el salón de clases. Es decir, en qué momentos es más oportuno utilizar este tipo de herramientas y en cuáles no.
<i>TPK5</i>	Adapta el uso de las tecnologías para realizar diversas actividades docentes (registros de clases, asistencias, calificaciones, guías didácticas, paneles de discusión, entre otros).

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la literatura respecto del modelo TPACK (Cabero, Marín et al., 2015, p. 21-22).

Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK): refiere a cómo el conocimiento que tiene el docente sobre Función Lineal puede ser organizado, representado y adaptado de acuerdo con los intereses y capacidades de los estudiantes y luego son presentados de manera pertinente para su comprensión y aprendizaje. Incluye también el conocimiento sobre las condiciones que promueven el aprendizaje, los vínculos entre el currículo, la evaluación y la pedagogía, la selección de métodos de enseñanza que se ajustan al contenido y cómo estos se pueden organizar para una mejor enseñanza. El PCK se ocupa de la comprensión de lo que hace que la Función Lineal sea fácil o difícil de aprender, de los conocimientos previos de los estudiantes, del tema a enseñar y sus formas más útiles de representación, el uso de analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones. De esta manera, los aspectos que refieren a este componente se describen en la Tabla 7.

Tabla 7

Aspectos del Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK)

Aspectos del PCK	Descripción
<i>PCK1</i>	Selecciona enfoques docentes para guiar el pensamiento y aprendizaje de los estudiantes respecto al tema Función Lineal.
<i>PCK2</i>	Diseña o selecciona actividades, ejercicios o problemas particulares para la enseñanza de la Función Lineal.
<i>PCK3</i>	Crea escenarios de resolución de problemas para enseñar el contenido Función Lineal.
<i>PCK4</i>	Reconoce los conceptos donde los estudiantes evidencian dificultades respecto a la Función Lineal y los aclara durante el tratamiento de dicho contenido.

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la literatura respecto del modelo TPACK (Cabero, Marín et al., 2015, p. 21-22).

Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK): es un campo emergente de conocimientos, base de una buena enseñanza en la que los componentes nucleares (contenido,

pedagogía y tecnología) existen en un estado de equilibrio dinámico, que requiere que los docentes compensen un cambio en cualquiera de los factores por modificaciones en los otros dos. En definitiva, refiere al conocimiento del docente para integrar tecnologías en la enseñanza de la Función Lineal. Los aspectos que conforman a este componente se describen en la Tabla 8.

Tabla 8

Aspectos del Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK)

Aspectos del TPACK	Descripción
<i>TPACK1</i>	Imparte o comunica el contenido Función Lineal involucrando los aspectos tecnológicos y pedagógicos.
<i>TPACK2</i>	Crea o adapta actividades combinando tecnología, pedagogía y el contenido Función Lineal.
<i>TPACK3</i>	Selecciona tecnologías que mejoran el tratamiento pedagógico del contenido Función Lineal, es decir, las formas de impartirla y de, aprender del alumnado.
<i>TPACK4</i>	Guía y ayuda a profesores a coordinar el uso tanto del contenido Función Lineal, como de tecnologías y de enfoques pedagógicos en su centro de trabajo y/o región administrativa.

Fuente: Elaboración propia sobre la base de la literatura respecto del modelo TPACK (Cabero, Marín et al., 2015, p. 21-22).

Las descripciones anteriores, relacionadas con el modelo teórico TPACK y sus componentes asociados a los mismos permitirá analizar y, por lo tanto, describir el conocimiento que evidencia el profesor de matemáticas durante el tratamiento del tema Función Lineal.

CAPÍTULO 3

Metodología

Como se ha mencionado, el objetivo de la presente investigación es describir el conocimiento que pone en acción un profesor de matemáticas de secundaria durante la enseñanza de la Función Lineal, particularmente, se enfatiza en los ámbitos pedagógico, tecnológico y del contenido. Por lo que, en este capítulo se detalla el tipo y enfoque de la investigación, el contexto y participante del estudio, la forma de recolección de los datos, así como, la manera en que se realizó el análisis de los mismos.

En particular, la presente es un estudio de caso debido a que se busca comprender el conocimiento de los profesores y se hace mediante el uso y estudio de un caso específico (Stake, 2007). Se ha optado por realizar un estudio de caso debido a su importancia en el marco de la Matemática Educativa, puesto que, permite estudiar la particularidad y complejidad de un caso específico para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (Stake, 2007) y, de esta manera, tener una idea de las características que tendría una población mayor. En otras palabras, un estudio de caso se basa en el supuesto de que lo global se refleja en lo local (Hamel et al. 1993).

Debido a lo anterior, diversos autores (Ciccioli y Sgreccia, 2017; Fuertes y Albarracín, 2019; González y Marques, 2018; Sosa et al., 2015; Torres y Deulofeu, 2020;) han utilizado como método de investigación el antes mencionado, debido a que, la información recabada a través de él no se reporta en números sino en palabras, permitiendo así, que los investigadores sean capaces de destacar la esencia de los temas estudiados y de esta manera, beneficiar a los académicos y profesionales involucrados o relacionados (Cabreiro y Fernández, 2004; Jiménez, 2012).

De esta manera, además de ser un estudio de caso, la presente investigación, es también de tipo cualitativa con enfoque descriptivo, ya que, busca describir el conocimiento que manifiesta un profesor al abordar el tema Función Lineal cuando utiliza algún tipo de herramienta tecnológica, y, desde la postura de Hernández et al. (2014), una investigación descriptiva es aquella que permite especificar o describir las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis.

3.1. Contexto y participante

El caso seleccionado para este estudio es un profesor de matemáticas en servicio de 45 años de edad y con experiencia docente de 15 años, 6 de ellos trabajando como profesor de matemáticas y/o computación, en diferentes escuelas y niveles educativos (bachillerato, secundaria) y actualmente en los últimos 9 años, formando parte del equipo de trabajo de una escuela secundaria general ubicada en Chilpancingo de los Bravo, Guerrero. De esta manera, durante la realización del presente estudio el Profesor Participante estuvo a cargo del grupo 1 “A” correspondiente al ciclo escolar 2019-2020.

Se seleccionó a este profesor de manera conveniente (Stake, 2007) considerando sus años de experiencia como profesor en nivel secundaria (9 años), específicamente, enseñando el tema Función Lineal, además, un referente importante es que utiliza Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) frecuentemente durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos y, manifestó disponibilidad de tiempo para interactuar, en caso necesario, con la investigadora del presente estudio. La formación académica de dicho profesor refiere a que es Ingeniero en Sistemas Computacionales y cuenta con el grado de Maestro en Ciencias de la Educación.

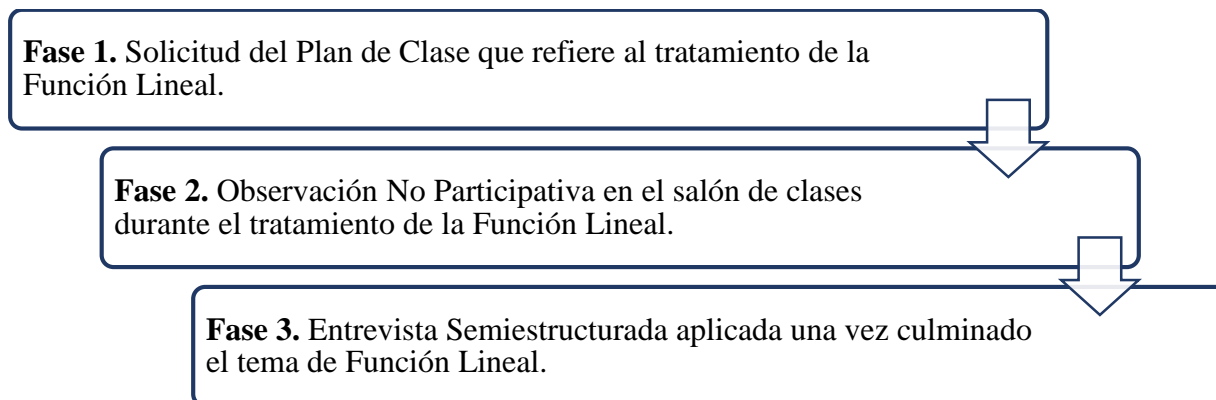
Cabe resaltar que, el profesor caso de estudio está familiarizado con el uso de TIC, así mismo, la institución donde labora le permite y facilita el uso de estas con frecuencia debido a que en ese momento contaba con un centro de cómputo y un laboratorio de matemáticas equipado, y, por ende, diversas herramientas tecnológicas como computadoras, proyectores, entre otros.

3.2. Recolección de los datos

Para recabar la información referida al conocimiento que evidencia el profesor de matemáticas de secundaria durante el tratamiento del tema Función Lineal, se analizaron el Plan de Clase y los videos alusivos a su implementación dentro del aula (Observación No Participativa). Asimismo, se analizaron las respuestas de la Entrevista Semiestructurada, que en conjunto pudiesen dar evidencia de dicho conocimiento. De modo que, para la recolección de datos se utilizaron los instrumentos y técnicas ya mencionados, llevándose a cabo en tres fases (ver Figura 2).

Figura 2

Fases para la recolección de datos.



Fase 1. Solicitud del Plan de Clase que refiere al tratamiento de la Función Lineal

El profesor de matemáticas en servicio tiene la necesidad y obligación de llevar una organización respecto de los contenidos matemáticos a tratar en el salón de clases, así como, los momentos en que se llevarán a cabo determinadas actividades con el fin de lograr los aprendizajes esperados que se estipulan en el currículo. Dicha organización lleva por nombre Plan de Clase y desde la postura de Figueroa et al. (2016) se entiende que es el diseño de una o un conjunto de clases para alcanzar, de manera secuenciada, determinados aprendizajes.

En este sentido, para esta fase se consideró necesario solicitar al profesor participante el mencionado documento que da evidencia sobre la forma en que este planea la enseñanza del contenido matemático Función Lineal.

Con base en los años de experiencia del profesor participante, este estaba familiarizado con el diseño de Planes de Clase, por lo que, no se le proporcionó una estructura específica sobre dicho diseño, únicamente se solicitó incluir alguna herramienta tecnológica, esto, con el objetivo de que el profesor de evidencia de cómo incorpora este tipo de herramientas en su labor docente, así como, los conocimientos que utiliza.

Dicho Plan de Clase permitirá *conocer y reconocer los aspectos y conocimientos que utiliza el profesor durante su diseño, el cual corresponde al contenido matemático Función Lineal.*

La información referida a esta fase se obtuvo únicamente por medio de las producciones escritas del profesor, mismas que fueron proporcionadas a la investigadora en formato digital.

Fase 2. Observación No Participativa en el salón de clases durante el tratamiento de la Función Lineal

Una vez obtenido y analizado el Plan de Clase, se puso en acción esta fase, cuyo objetivo fue *observar y reconocer aquellos aspectos que evidenciaran (de forma verbal o escrita) algún tipo de conocimiento por parte del profesor participante, que se correspondiera o complementara con lo declarado en el Plan de Clase previamente entregado*. Para ello, se realizó una Observación No Participativa por parte de dos investigadores.

Para entender en qué consiste una Observación No Participativa, se retoma la postura de Creswell (2012) quien en un primer momento define a la observación como el proceso de recopilar información abierta y de primera mano mediante la observación de personas y lugares en un sitio de investigación, dicha técnica brinda la oportunidad de registrar información tal y como ocurre en un entorno, estudiar el comportamiento real. Como ya se ha mencionado, para esta investigación en particular se utilizó la Observación No Participativa, la cual refiere a aquella donde la investigadora es una observadora que visita un sitio y graba notas sin involucrarse en las actividades que realizan los participantes, únicamente se limita a observar desde la periferia o desde algún lugar estratégico con el objetivo de registrar el fenómeno de estudio (Creswell, 2012).

Durante la Observación No Participativa, se involucraron el profesor de matemáticas de secundaria, dos observadores no participativos, una de ellos a cargo de la investigación y un investigador que contribuyó en la triangulación de los datos. Además, de forma implícita también participaron 60 estudiantes, quienes estaban a cargo del Profesor Participante.

La información que refiere a esta fase se recopiló mediante la grabación de videos y audios, además, se tuvieron en cuenta los componentes del modelo TPACK y los aspectos que los conforman para el caso particular del tema Función Lineal, pero solo para tomar notas sin hacer intervenciones. En total se grabaron once clases relacionadas con el tema de interés y cada una de ellas tuvo una duración aproximada de 50 minutos.

Fase 3. Entrevista Semiestructurada aplicada una vez culminado el tema de Función Lineal

En esta fase el objetivo fue *profundizar en el conocimiento del profesor de matemáticas desde los siete componentes del modelo TPACK, así como, aclarar en caso necesario, lo que hiciese falta respecto del Plan de Clase y la Observación No Participativa.*

De esta manera, una vez concluida la Observación No Participativa y la aplicación del Plan de Clase, se realizó la Entrevista Semiestructurada, la cual consistió en una guía de preguntas previamente establecidas y que, durante la entrevista, se tuvo la libertad de introducir preguntas adicionales por parte de la entrevistadora-investigadora con la intención de precisar conceptos u obtener mayor información del entrevistado, es decir, el profesor (Hernández et al., 2014). Las preguntas base utilizadas para la mencionada Entrevista fueron las siguientes:

1. ¿Cuál es su nombre completo?
2. ¿Cuántos años tiene?
3. ¿Cuál es su formación académica?
4. ¿Cuántos años lleva laborando como profesor?
5. ¿Cómo es que conoce las herramientas tecnológicas que utiliza?
6. ¿Qué conoce sobre el contenido matemático Función Lineal? (Definición, representaciones, contextos de uso, contenidos matemáticos relacionados).
7. ¿Qué estrategias o métodos conoce y/o utiliza para enseñar matemáticas?
8. ¿En qué se basa para diseñar las actividades a implementar dentro del salón de clases? (Formas de aprender de los estudiantes, herramientas a utilizar, tiempos, libros).
9. ¿Qué documentos utiliza para conocer los objetivos de aprendizaje de su asignatura?
10. ¿Cómo evalúa el conocimiento adquirido por sus estudiantes? (Dentro y fuera del salón de clases).
11. ¿Considera que el uso de la tecnología contribuye en su labor docente? ¿Por qué? (Enseñanza de contenidos, actividades docentes, comunicación, investigación).
12. ¿Considera que el uso de la tecnología le es útil para la enseñanza específica de la Función Lineal? ¿Por qué?

Para recopilar la información de esta fase se utilizaron cámaras de video y cuaderno de notas, por lo que, esta quedó almacenada en un video, audios y notas.

3.3. Para analizar la información

Para realizar el análisis de la información recabada mediante el Plan de Clase, la Observación No Participativa o la Entrevista Semiestructurada se utilizó como instrumento de análisis los componentes (conocimientos) del modelo TPACK, así como los aspectos que los conforman. Los cuales se presentan a continuación (ver Tabla 9).

Tabla 9

Instrumento para analizar los datos.

Componentes del TPACK	Aspectos que lo conforman
Conocimiento del Contenido (CK)	<p>CK1: Conoce y/o utiliza varios métodos y estrategias para desarrollar su conocimiento sobre Función Lineal</p> <p>CK2: Evidencia conocimiento del contenido Función Lineal al utilizar símbolos y términos propios del contenido matemático.</p> <p>CK2₁: Sabe que es una Función Lineal (regla de correspondencia, relación entre magnitudes variables, representación gráfica, expresión analítica, correspondencia arbitraria, a partir de la teoría de conjuntos (Pino-Fan et al. 2016).</p> <p>CK2₂: Reconoce de antemano que la Función Lineal también cuenta con dominio y codominio.</p> <p>CK2₃: Diferencia entre variable (dependiente e independiente), incógnita y literal.</p> <p>CK2₄: Diferencia entre una ecuación lineal, expresión algebraica y Función Lineal.</p> <p>CK2₅: Reconoce los elementos que conforman a una Función Lineal (variable, constante, pendiente y signos de la pendiente, ordenada al origen).</p>

CK2₆: Reconoce las diferentes representaciones de una Función Lineal (tabular, gráfica, analítica o algebraica y lenguaje coloquial).

CK3: Relaciona el tema Función Lineal con otros contenidos matemáticos.

CK3₁: Suma, resta, multiplica y divide números enteros, decimales y fracciones positivos y negativos.

CK3₂: Sabe qué es la coordenada de un punto y puede ubicarla en el plano cartesiano (reconoce qué es ordenada y abscisa).

CK3₃: Convierte números decimales a fracciones o viceversa.

CK3₄: Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

CK3₅: Proporcionalidad directa con constante natural, fracción o decimal que incluyen tablas de variación.

CK3₆: Formulación y solución de ecuaciones lineales.

PK1: Conoce las metas u objetivos de aprendizaje señalados por el currículo.

Conocimiento
Pedagógico (PK)

PK2: Sabe cómo evaluar el rendimiento de sus estudiantes dentro y fuera del salón de clases

PK3: Adapta su estilo de enseñanza para los alumnos con diferentes estilos de aprendizaje (estudiantes con necesidades educativas especiales).

PK4: Utiliza diversos enfoques de enseñanza (el profesor como ejecutor de técnicas para introducir contenidos, facilitador de conocimiento y como modelo y ejemplo para el estudiante) dentro del salón de clases.

PK5: Conoce los aciertos y dificultades de los estudiantes para comprender contenidos.

PK6: Organiza a sus estudiantes y mantiene la dinámica en el salón de clases.

PK7: Diseña actividades para el logro de aprendizajes considerando tiempo, contexto y conocimientos previos del estudiante y con ello favorecer el desarrollo conceptual, actitudinal y procedimental de los mismos.

PK8: Conoce y/o utiliza diversas estrategias de enseñanza y aprendizaje en el aula (aprendizaje colaborativo, por proyectos, basado en problemas, entre otros).

PK9: Conoce y/o utiliza diversos materiales en su práctica docente.

TK1: Conoce diferentes herramientas tecnológicas, software y aplicaciones.

TK2: Se mantiene informado sobre las actualizaciones y nuevas herramientas tecnológicas que surgen.

Conocimiento
Tecnológico (TK)

TK3: Juega y experimenta con distintas herramientas tecnológicas.

TK4: Tiene conocimientos técnicos para operar con tecnología, es decir, si presenta ciertas dificultades durante su uso, las puede resolver sin problema alguno.

TK5: Asimila conocimientos tecnológicos fácilmente, es decir, aprende con facilidad todo lo relacionado con herramientas tecnológicas.

	<p>TCK1: Conoce y elige las tecnologías que puede usar para hacer comprender lo relacionado con Función Lineal. Ejemplo de ello refiere a programas, software, aplicaciones, que puede instalar en computadoras, tablet, teléfonos móviles, también podrían ser navegadores web, entre otros.</p>
<p>Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK)</p>	<p>TCK2: Utiliza alguna herramienta tecnológica para representar el tema función lineal (softwares como Geogebra, Sketchpad, Cabri; programas como Excel; aplicaciones o navegadores como Wolfram Alpha; entre otros).</p>
	<p>TCK3: Utiliza alguna herramienta tecnológica para realizar operaciones referentes a la Función Lineal. Por operaciones se entiende no solo a las aritméticas como suma, resta, multiplicación y división, también incluye a las operaciones gráficas.</p>
	<p>TPK1: Diseña actividades beneficiándose de recursos tecnológicos.</p> <p>TPK2: Selecciona tecnologías que mejoran la enseñanza y aprendizaje de una lección.</p>
<p>Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)</p>	<p>TPK3: Reconoce la influencia que tiene la tecnología en su labor como docente, ya sea como motivador, promotor de aprendizajes, entre otros.</p> <p>TPK4: Adopta un pensamiento crítico sobre la forma de utilizar la tecnología en el salón de clases. Es decir, en qué momentos es más oportuno utilizar este tipo de herramientas y en cuáles no.</p> <p>TPK5: Adapta el uso de las tecnologías para realizar diversas actividades docentes (registros de clases, asistencias, calificaciones, guías didácticas, paneles de discusión, entre otros).</p>

Conocimiento
Pedagógico del
Contenido (PCK)

PCK1: Selecciona enfoques docentes para guiar el pensamiento y el aprendizaje de los estudiantes respecto al tema Función Lineal.

PCK2: Diseña o selecciona actividades, ejercicios o problemas particulares para la enseñanza de la Función Lineal.

PCK3: Crea escenarios de resolución de problemas para enseñar el contenido matemático Función Lineal.

PCK4: Reconoce los conceptos donde los estudiantes evidencian dificultades respecto a la Función Lineal y los aclara durante el tratamiento de dicho contenido.

TPACK1: Imparte o comunica el contenido Función Lineal involucrando los aspectos tecnológicos y pedagógicos.

TPACK2: Crea o adapta actividades combinando tecnología, pedagogía y el contenido Función Lineal.

Conocimiento
Tecnopedagógico
del Contenido
(TPACK)

TPACK3: Selecciona tecnologías que mejoran el tratamiento pedagógico del contenido Función Lineal, es decir, las formas de impartirla y de aprender del alumnado.

TPACK4: Guía y ayuda a profesores a coordinar el uso tanto del contenido Función Lineal, como de tecnologías y de enfoques pedagógicos en su centro de trabajo y/o región administrativa.

Dado que, no toda la información recabada da evidencia del conocimiento por parte del Profesor Participante, se consideró pertinente realizar las siguientes acciones, con el objetivo de tener únicamente la información útil para el estudio.

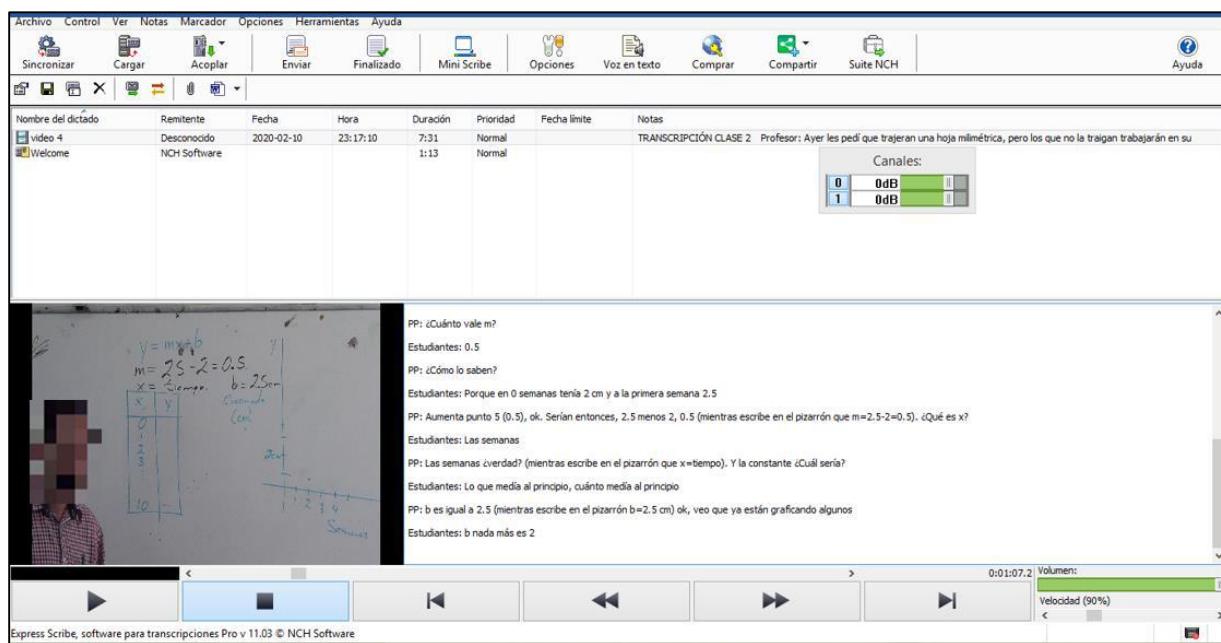
Acción 1: Transcripción de audios

Al concluir la etapa de recolección de información, se consideró pertinente transcribir los extractos de audio de la Observación No Participativa y de la Entrevista Semiestructurada, relacionados con los aspectos que conforman a algunos de los conocimientos del TPACK, esto con el objetivo de obtener evidencias del conocimiento del Profesor Participante por escrito.

La transcripción de la información útil para el estudio, se llevó a cabo utilizando el software Express Scribe, el cual, facilita la transcripción de audios. La ventaja que ofrece dicho software es que permite que los audios sean reproducidos de manera lenta o rápida, según lo requiera el usuario (ver Figura 3).

Figura 3

Evidencia de uso del software Express Scribe para la transcripción de audios.



Acción 2. Selección de fragmentos relacionados con cada componente del TPACK

Una vez extraída la evidencia del conocimiento del profesor, se seleccionaron extractos específicos del Plan de Clase, la Observación No Participativa y/o la Entrevista Semiestructurada que se relacionan con alguno de los componentes del modelo TPACK.

Acción 3. Agrupación de los fragmentos relacionados con cada componente del TPACK

Una vez que los extractos del Plan de Clase, la Observación No Participativa y la Entrevista Semiestructurada fueron seleccionados, se procedió a agruparlos con el objetivo de facilitar la presentación de los resultados.

A modo de ejemplo para el análisis de la información

Respecto al Conocimiento Pedagógico (PK)

El profesor dio evidencia de Conocimiento Pedagógico, ya que, en el Plan de Clase destacó como propósito *“que los alumnos analicen información dada para que resuelvan ejercicios en los que conjuguen la proporcionalidad con las Funciones Lineales y que propongan algunos para resolverlos entre todo el grupo”* (ver Figura 4). Lo cual, permitió apreciar que el docente revisa tanto el Programa de estudio para la Educación Básica Secundaria 2017 como el Programa de estudio para la Educación Básica Secundaria 2011 correspondientes al primer grado, con ello, gana claridad de los objetivos de aprendizaje de cada tema, específicamente, se evidencia que conoce el objetivo del tema Función Lineal y se identificó que revisa y usa ambos Programas de estudio, puesto que, el “propósito” lo redactó combinando los aprendizajes esperados estipulados en ambos documentos. De esta manera, el profesor dio evidencia de conocer las metas u objetivos de aprendizaje, lo cual corresponde al aspecto *PK1* del componente PK.

Figura 4

Propósitos estipulados en el Plan de Clase diseñado por el Profesor Participante.

EJE TEMÁTICO	MANEJO DE LA INFORMACIÓN
PROPÓSITOS	<ul style="list-style-type: none"> ■ Que los alumnos analicen información y resuelvan ejercicios de proporcionalidad. ■ Que los alumnos propongan ejercicios que tengan que ver con la proporcionalidad y que entre todo el grupo los resuelva. ■ Que los alumnos analicen información dada para que resuelvan ejercicios en los que conjuguen la proporcionalidad con las funciones lineales y que propongan algunos para resolverlos entre todo el grupo.
PROYECTO	¿PARA QUE ME SIRVEN LAS FUNCIONES LINEALES?

CAPÍTULO 4

Análisis y resultados

En este capítulo se presentan los resultados del análisis de la información sobre el conocimiento que puso en acción un profesor de matemáticas de secundaria durante la enseñanza de la Función Lineal. Dicho conocimiento se describe con base en los componentes del modelo TPACK mencionados en el Marco referencial, así como, los aspectos que conforman a cada uno de ellos estipulados en el mismo Marco y detallados en la Metodología.

En un primer momento, se presentan aspectos generales obtenidos de las acciones realizadas por el profesor durante el tratamiento de la Función Lineal y, posteriormente, se enfatiza y profundiza en cada uno de los componentes del TPACK.

4.1. Descripción general de acciones del Profesor durante el tratamiento de la Función Lineal

Para la puesta en escena del Plan de Clase diseñado por el Profesor Participante (PP), es importante mencionar que este utilizó todos los días micrófono y bocina conectados vía bluetooth con el objetivo de amplificar su voz y asegurar que sus estudiantes lo escucharan con claridad. Asimismo, dentro del salón de clases, dicho docente realizó ciertas acciones durante el tratamiento del contenido matemático Función Lineal (FL), mismas que se enumeran como sigue.

1. Sugirió a sus estudiantes indagar respecto al contenido matemático.
2. Presentó en clases la definición, elementos y representaciones asociadas.
3. Resolvió algunos problemas como ejemplos.
4. Propuso ejercicios para que los estudiantes los resolvieran en su cuaderno.
5. Incorporó el software Geogebra (instrucción y uso).
6. Evaluó los aprendizajes obtenidos.

Detallando lo anterior, se destaca que, una vez, que los estudiantes indagaron (de manera independiente) lo que entendían por el contenido matemático FL, el profesor inició la clase presentando, en un primer momento, la definición de Función Lineal, los elementos que la conforman y sus diferentes representaciones asociadas, todo esto auxiliándose de diapositivas en Power Point y, por ende, utilizando proyector, tablet y cable HDMI. Posteriormente, el profesor

resolvió algunos problemas tomados del libro de texto Conecta Más (editorial SM) como ejemplos en el pizarrón, para después, sugerir algunos ejercicios (retomados de internet y dictados desde el celular) a sus estudiantes para que estos los resolvieran con base en lo enseñado.

Una vez que los estudiantes estuvieron familiarizados con la resolución de problemas (en su cuaderno) en los que se utiliza el contenido matemático Función Lineal, el profesor incorporó el uso del software Geogebra (auxiliándose de proyector, tablet y cable HDMI para su uso) con el propósito de reforzar lo aprendido por parte de los educandos. Les enseñó a utilizar el programa antes mencionado, específicamente los instruyó respecto a cómo insertar expresiones analíticas de la Función Lineal, a insertar y utilizar deslizadores que permiten observar y analizar el comportamiento de la gráfica de dicho contenido, al modificar el valor de la pendiente y la ordenada al origen en su expresión analítica asociada, entre otros. En este sentido, una vez concluida la instrucción respecto al uso del Geogebra, el PP solicitó a sus estudiantes utilizar dicho programa (en sus respectivos teléfonos celulares) para graficar dos Funciones Lineales, lo cual les permitiría finalmente comparar los resultados obtenidos con el uso del programa y sin el uso del mismo. El PP también solicitó a los estudiantes tomar captura de las gráficas obtenidas en el software y guardarlas como evidencia para su evaluación.

Respecto a la forma de evaluar del PP, se destaca que regularmente no aplica exámenes y únicamente se basa en los trabajos y participaciones de los estudiantes durante el trimestre, los cuales son registrados en una hoja de Excel. No obstante, dada la cantidad de reprobados en su materia, el profesor optó por hacer un “*examen de recuperación*” en el cual, incluyó un problema relacionado con ecuación lineal, proporcionalidad directa y Función Lineal de manera interrelacionada. De modo que la evaluación final se obtuvo, al promediar el resultado del examen y el puntaje obtenido durante las clases regulares (trabajos y participaciones).

4.2. Respecto a los componentes del TPACK

En este apartado se presentan los resultados del análisis de la información con base en las evidencias del conocimiento del PP durante el tratamiento del contenido matemático Función Lineal (FL) desde la perspectiva del modelo TPACK, lo cual se realiza de manera organizada, puesto que, dicho conocimiento se asocia y reporta en el componente del modelo que le

corresponde. Para lo cual se consideran el Plan de Clase (PC), la Observación No Participativa (ONP) y la Entrevista Semiestructurada (ES).

Asimismo, se consideró pertinente agregar una tabla que refleje los aspectos evidenciados por el PP y los cuales están asociados a cada componente del modelo TPACK, esto, a fin de que se tenga una mejor apreciación del conocimiento evidenciado por el PP. Los aspectos utilizados para cada tabla cambian dependiendo del componente y los aspectos que lo integren, mismos que son retomados de la Tabla 9 de la Metodología.

En este sentido, las estructuras de las tablas a utilizar son similares a la siguiente (ver Tabla 10).

Tabla 10

Aspectos que evidencia el PP para la componente TK.

Conocimiento Tecnológico (TK)					
	<i>TK1</i>	<i>TK2</i>	<i>TK3</i>	<i>TK4</i>	<i>TK5</i>
Plan de Clase					
Observación No Participativa					
Entrevista Semiestructurada					

Nota. Indicador para reportar los aspectos evidenciados por el PP para cada componente del TPACK. Donde la X representa que el docente mostró evidencia del aspecto señalado.

4.2.1. Respecto al Conocimiento Tecnológico (TK)

El TK refiere en general al conocimiento que tiene el PP acerca de las herramientas tecnológicas y de las habilidades necesarias para su uso. También comprende la capacidad del individuo para actualizarse de forma constante respecto a este tipo de herramientas.

Con base en ello, se puede decir que el PP mostró evidencia de Conocimiento Tecnológico solo durante la ONP y la ES.

En este sentido, durante la puesta en escena del PC (Observación No Participativa) se pudo apreciar cómo el PP conoce y utiliza algunos programas, aplicaciones, navegadores y dispositivos tecnológicos. Entre ellos se destaca el uso de diapositivas en Power Point (proyectadas en el pizarrón por medio de tablet y proyector, mismos que se conectaron con cable HDMI) que le

permitieron al PP comunicar a sus estudiantes la definición del contenido matemático, sus componentes y diferentes representaciones asociadas (ver Figura 5); también utilizó el software Geogebra con ayuda de su teléfono móvil (ver Figura 6) y tablet (instalado o desde el navegador Google Chrome) con el objetivo de analizar los cambios producidos en la gráfica de una FL al modificar la pendiente y ordenada al origen en su expresión analítica; el Excel es un programa que también se usó por parte del PP (desde su tablet), ya que, fue utilizado con el objetivo de registrar asistencias, trabajos y participaciones de los estudiantes, así como, para calcular las evaluaciones finales de los mismos. Durante la ONP, también se evidenció el uso de WhatsApp por parte del PP y lo hace para la recepción de trabajos pendientes de sus educandos.

Figura 5

Uso de diapositivas en Power Point para comunicar la definición de FL por parte del PP durante la ONP.

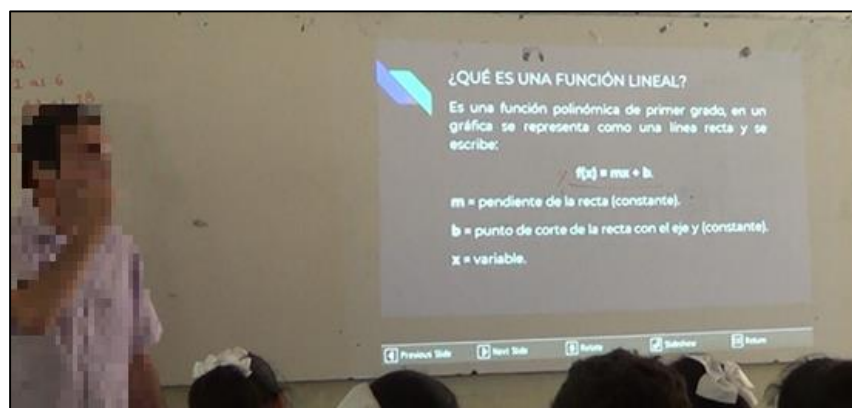
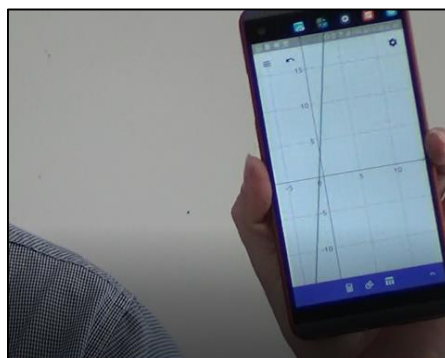


Figura 6

El PP utilizando el celular para trabajar FL con el software Geogebra durante la ONP.



Cabe mencionar que, durante las 11 sesiones en las que se abordó a la FL, el PP utilizó una bocina y un micrófono conectados por bluetooth (ver Figura 7) con el objetivo de amplificar su voz y así, asegurar que sus estudiantes pudiesen escucharlo con claridad.

Figura 7

El PP utilizando bocina y micrófono para amplificar su voz durante la ONP.



De esta manera, debido a que el PP utilizó aplicaciones, softwares, programas, navegadores y dispositivos móviles, se destaca que mostró evidencia del aspecto *TK1* correspondiente al componente TK.

Por otra parte, durante la ES el docente caso de estudio, aclaró algunas dudas existentes respecto a la puesta en escena del PC y también mostró evidencia de TK debido a que, afirmó conocer más programas y navegadores distintos a los utilizados en el salón de clases, específicamente mencionó que además del software Geogebra, también conoce el Cabri, otro software de Geometría dinámica (ver Figura 8). Asimismo, mencionó que además del navegador Google Chrome, el cual tiene instalado en su teléfono, utiliza en ocasiones también, al Mozilla Firefox. El PP conoce los navegadores antes mencionados y destaca que son útiles tanto para los estudiantes como para él mismo, ya que, ambos pueden investigar (desde su celular, tablet o computadora) sobre algún tema que desconozcan o deseen perfeccionar. Sin embargo, expresó el haber utilizado el navegador

Google Chrome para investigar los ejercicios y problemas necesarios para reforzar el contenido matemático FL debido a su rapidez y porque ya lo tiene instalado en su celular (ver Figura 9).

Figura 8

Extracto de la ES donde el PP menciona al Cabri como software conocido.

Investigadora: *Además de ese programa utilizado ¿conoce algún otro que le hubiese servido?*

PP: *Puede ser... el Cabri.*

Investigadora: *Y ¿por qué eligió Geogebra?*

Figura 9

Extracto de la ES donde el PP menciona los navegadores que conoce y usa.

Investigadora: *Y ¿qué buscador utilizó?*

PP: *Pues en mi teléfono yo tengo Google Chrome, así que ese, pero pueden buscarlo desde cualquiera, es lo mismo, puede ser Mozilla o cualquier otro. Solo que creo que el Chrome es un poco más rápido que los demás...*

Aunado a ello, durante la puesta en escena del PC, el PP cuestionó a los estudiantes si habían instalado el software Geogebra en sus móviles, actividad misma, que no mencionó en clases previas. En este sentido el PP aclaró durante la ES, que la actividad la dejó por WhatsApp, lo cual permitió ver que el docente utiliza dicha herramienta como medio de comunicación (fuera del salón de clases) con sus estudiantes (ver Figura 10) y que además de esta, también conoce el correo electrónico, sin embargo, lo utiliza con muy poca frecuencia debido a que es menos probable que sus estudiantes vean la información a tiempo (ver Figura 11).

Figura 10

Extracto de la ES donde el PP evidencia el uso de WhatsApp.

Investigadora: *Pude observar que en algún momento les mencionó a los estudiantes si habían descargado Geogebra en sus teléfonos, pero yo no recuerdo que lo haya dicho durante la clase...*

PP: *Sí, lo que pasa es que yo tengo un grupo de WhatsApp con ellos y ahí fue donde les avisé.*

Investigadora: *Entonces, ¿también le manda tareas por este medio?*

Figura 11

Extracto de la ES donde se evidencia al correo electrónico como medio de comunicación fuera del salón de clases.

Investigadora: *¿Utiliza algún otro medio para comunicarse con los estudiantes fuera del salón de clases?*

PP: *No, o bueno podría ser el correo electrónico, pero ese es más complicado, lo usé un tiempo, pero dejé de hacerlo porque a veces los niños no lo veían y no se enteraban de la tarea, así que ahora solo mejor usamos WhatsApp.*

Así, durante la ES se pudo apreciar que el PP conoce, experimenta y utiliza herramientas tecnológicas, lo cual, da cuenta de los aspectos *TK1* y *TK3* del componente TK.

Con lo anterior, se puede apreciar que en general el PP conoce aplicaciones (WhatsApp), softwares (Geogebra, Cabri), programas (Power Point, Excel) y navegadores (Google Chrome, Mozilla Firefox), los cuales, utiliza en su labor docente auxiliándose de dispositivos tecnológicos como tablet, teléfono móvil, proyector, bocina, micrófono y cables de entrada y salida (HDMI). En general, se puede apreciar que el PP conoce y usa herramientas tecnológicas, softwares y aplicaciones, lo cual, da cuenta del aspecto *TK1* y que, además, juega y experimenta con ellas

dentro y fuera del salón de clases, lo cual corresponde al aspecto *TK3*, esto, da evidencia de Conocimiento Tecnológico (TK) por parte del PP (ver Tabla 11).

Tabla 11

Aspectos que evidencia el PP para la componente TK.

	Conocimiento Tecnológico (TK)				
	<i>TK1</i>	<i>TK2</i>	<i>TK3</i>	<i>TK4</i>	<i>TK5</i>
Plan de Clase					
Observación No Participativa	X				
Entrevista Semiestructurada	X		X		

Cabe señalar, que para este apartado no se reportó Conocimiento Tecnológico evidenciado por parte del PP en el diseño del Plan de Clase, debido a que, aun cuando la investigadora a cargo de este estudio solicitó específicamente al PP la incorporación de alguna herramienta tecnológica en su diseño, este, aseguró no colocarlo explícitamente, debido a que, en sus planeaciones los directivos les piden a los profesores que solo incorporen las actividades que se deben realizar para el tratamiento de los temas y que las herramientas no deben ser incorporadas. No obstante, el docente aseguró estar consciente sobre los momentos específicos donde debía incorporar la herramienta tecnológica durante la puesta en escena del Plan de Clase correspondiente al contenido matemático en cuestión.

4.2.2. Respecto al Conocimiento del Contenido (CK)

El CK refiere al saber que el docente debe tener sobre el contenido que se va a aprender o enseñar de una materia o disciplina, en este caso, sobre FL. Es decir, que el profesor debe conocer su definición, representaciones, contextos de uso, así como su relación con otros contenidos matemáticos.

Con base en ello, se destaca que el PP mostró evidencia de CK en los tres momentos de recolección de información, es decir, en el diseño del PC, la puesta en escena de este (la ONP) y la ES.

Respecto al diseño del PC, el PP, evidenció CK debido a que, al inicio del tema incorporaría la definición del contenido matemático FL, así como, los elementos que la conforman y cambios que

les producen (ver Figura 12). Aunado a esto, en los problemas a utilizar involucra el uso de los distintos registros de representación asociados al contenido, los cuales son: tabular, gráfico, analítico ($y = mx + b$) y lenguaje común, además, de que expresa la relación existente entre ellos. En particular, el docente evidencia en su diseño que pretende el tránsito entre los distintos registros de representación asociados al contenido matemático en cuestión, lo cual incluye el tránsito del lenguaje común al tabular, del tabular al gráfico, del gráfico al lenguaje común, del lenguaje común al analítico y del gráfico al analítico (ver Figura 13). Del mismo modo, el PP muestra evidencia de CK al relacionar (en su diseño) el contenido matemático FL con la proporcionalidad directa, específicamente, mediante la regla de tres (ver Figura 14).

Todo esto da cuenta de que en el diseño del Plan de Clase el PP evidenció CK, específicamente, de los aspectos $CK2_1$, $CK2_5$, $CK2_6$ y $CK3_5$.

Figura 12

Extracto del PC donde el PP da evidencia de conocer la definición y los elementos de la FL.

Una vez presentado los resultados y la gráfica resultante, se empieza a explicar que es una función lineal, además del comportamiento que pueden presentar. Además se presenta la expresión algebraica de la cual partiremos:

$$Y = mx + b$$

Explicando cada una de sus partes.

Figura 13

Extracto del PC donde el PP especifica los registros de representación y el tránsito entre ellos.

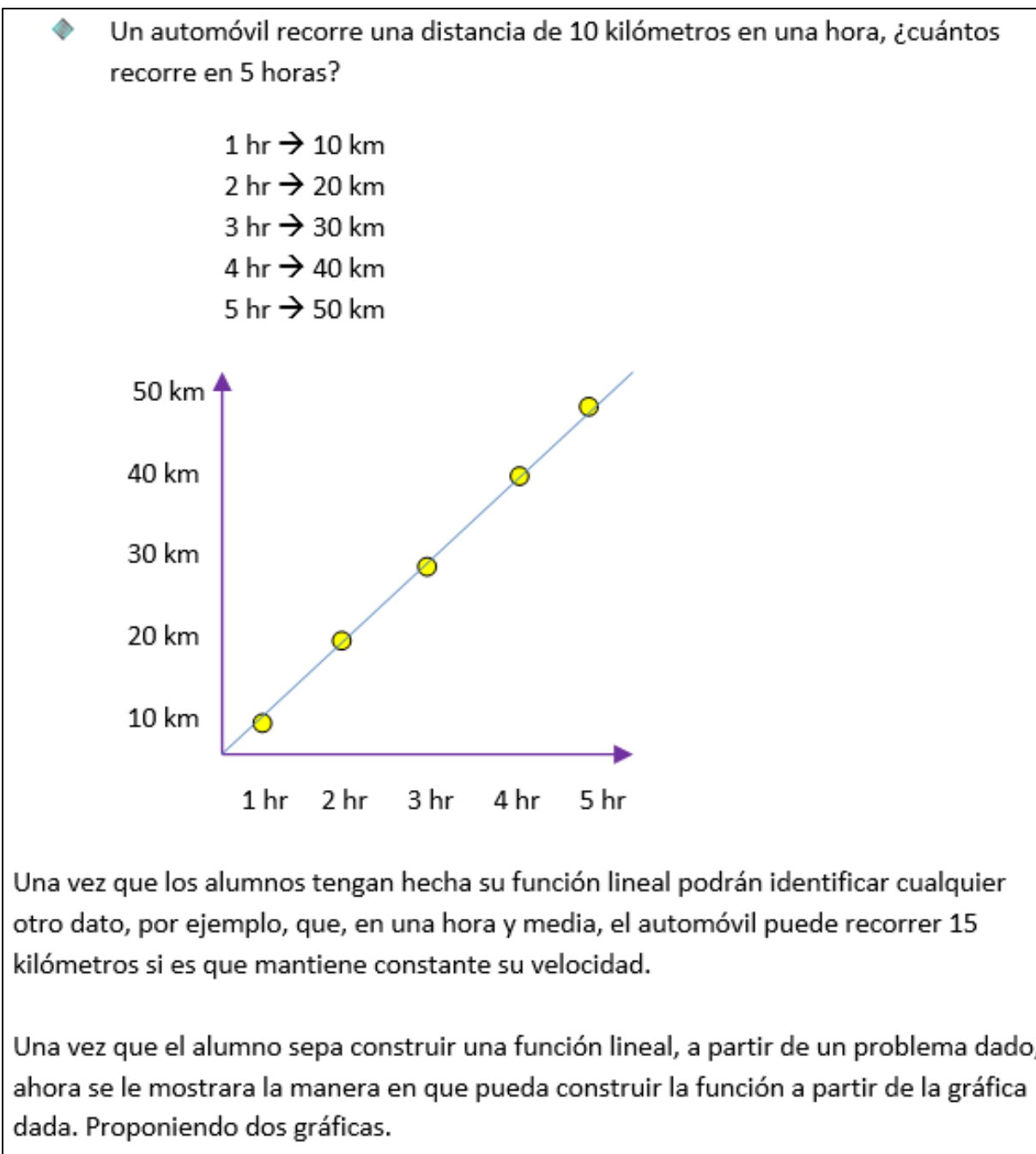


Figura 14

Extracto del PC donde el PP relaciona la FL con la proporcionalidad directa.

Otro tipo de problemas que el docente puede emplear para la temática tratada son los que podrían solucionarse con el uso de una regla de tres, por ejemplo:

- ◆ Francisco recorre cierta distancia en 8 horas y va a una velocidad de 90 km/hr, ¿cuánto tiempo tardará en recorrer esa misma distancia si ahora va a una velocidad de 60 km/hr?
- ◆ En una casa tienen un tanque de gas de, que al ser usado durante 5 horas al día dura 40 días, ¿cuánto durará el tanque si lo usas 10 horas diarias?

El profesor pedirá a los alumnos que sean ellos quienes realicen la propuesta de algunos ejercicios y los dicten a sus compañeros para que ellos los resuelva, cada estudiante deberá proponer, por lo menos dos ejercicios. Es importante que les mencione a los alumnos que todos los ejercicios tendrán que ser diferentes.

Una vez que los alumnos hayan encontrado la solución a diferentes problemas propuestos por ellos mismos y por el profesor, procederán a buscar solución a otros problemas, pero ahora por medio de funciones, por ejemplo:

- ◆ Un automóvil recorre una distancia de 10 kilómetros en una hora, ¿cuántos recorre en 5 horas?

En cuanto a la Observación No Participativa se destaca que el docente da evidencia de CK, específicamente del aspecto $CK2_1$, debido a que, en su presentación con diapositivas (ver Figura 5) enfatizó en que la FL es “una función polinómica de primer grado, en una gráfica se representa como una línea recta y se escribe como $f(x) = mx + b$ o bien como $y = mx + b$ ”, lo cual permite apreciar que conoce la definición del contenido matemático de interés. Asimismo, menciona que las literales m , x y b representan algo en particular, por ejemplo, “la x es variable” y “ b , refiere a la intersección con el eje Y ”, respecto a la m , el docente menciona que refiere a “la pendiente de la recta” y que además, debe ser “constante”, enfatiza también, que con dicha literal se indica qué tanto sube o baja una recta (refiriendo a la apertura) o cuándo esta es creciente, decreciente o constante. Además, da evidencia de saber determinar el valor de la pendiente como una razón de

cambio (ver Figuras 15 y 16). Todo esto da cuenta de que el PP reconoce los elementos de una FL (aspecto $CK2_5$) y además, reconoce y diferencia a la x como una variable (aspecto $CK2_3$).

Figura 15

Extracto de la transcripción de audio de la Observación No Participativa.

PP: La m , significa la pendiente de la recta... qué tanto va a subir o qué tanto va a bajar...

La b , es el punto de corte con el eje Y , y debe ser constante... x va a estar cambiando...

PP: ¿Qué sucedería si para encontrar m divido el valor que tengo aquí (refiriendo a la diferencia en y), en este caso 2, entre lo que avanzo acá (refiriendo a la diferencia en x), acá es 2 y aquí es 1 (el profesor escribe en el pizarrón $m = \frac{2}{1} = 2$).

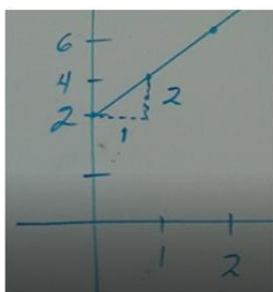
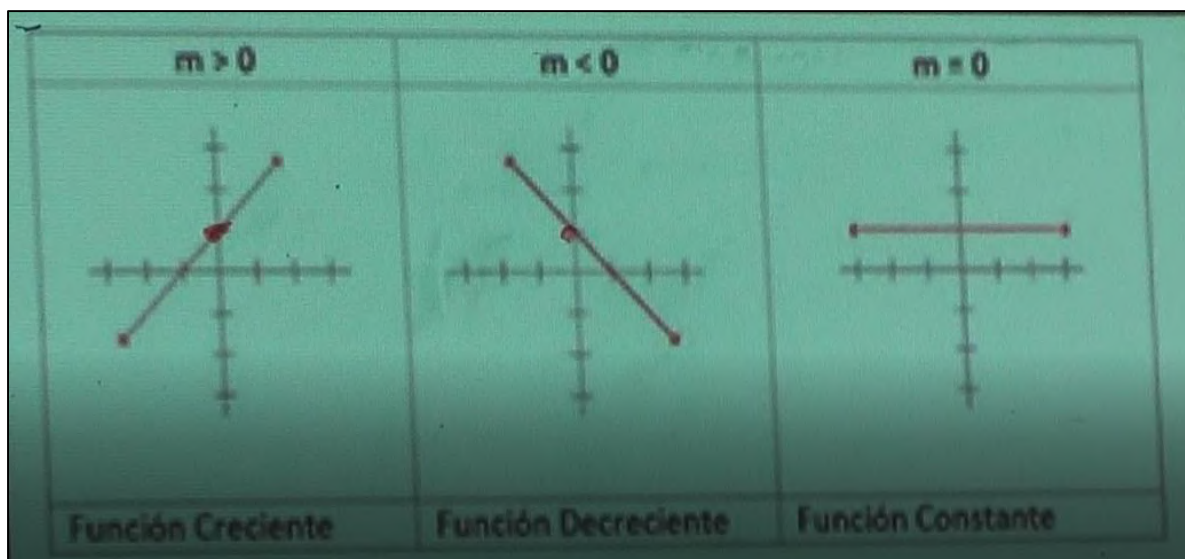


Figura 16

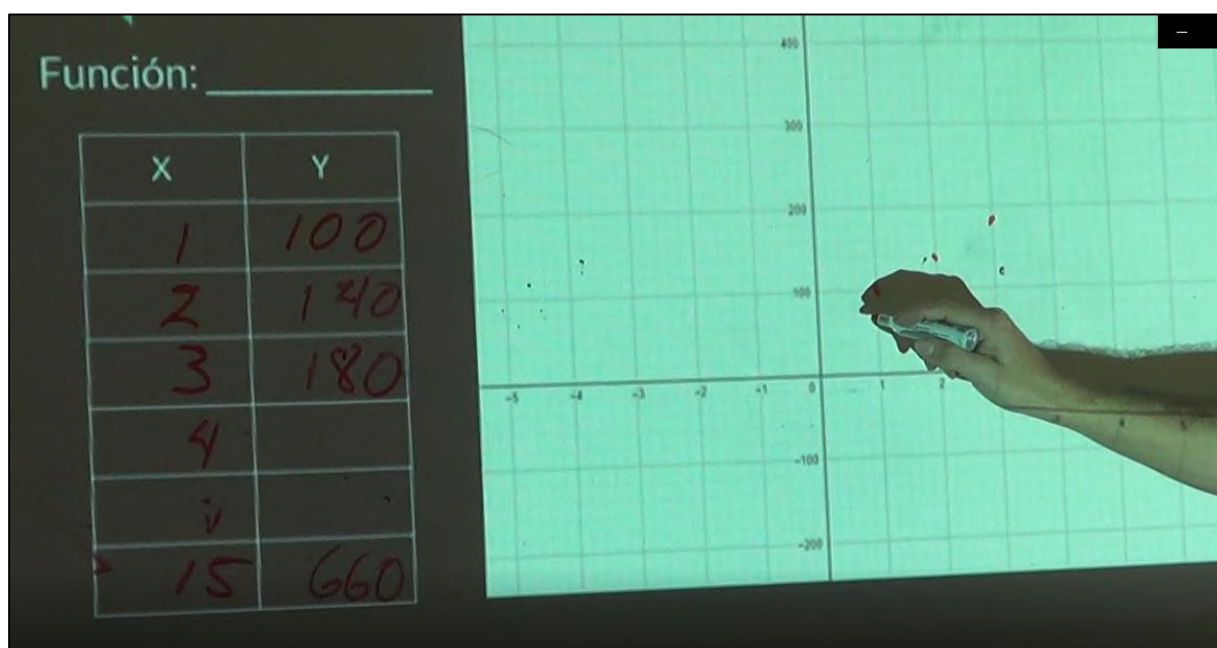
Evidencia de conocimiento respecto a cuándo una recta es creciente, decreciente y constante.



Asimismo, durante la Observación No Participativa el PP dio evidencia de CK debido a que conoce y además, utiliza los distintos registros de representación asociados a la Función Lineal cuando resuelve problemas o ejercicios asociados a dicho contenido, que son precisamente las representaciones analítica (ver Figura 5), tabular, gráfica (ver Figura 17) e inclusive lenguaje común o verbal (problemas o ejercicios). Acciones que dan evidencia del aspecto $CK2_6$.

Figura 17

Representación gráfica y tabular de la función $y = 40x + 60$.



Durante la resolución de problemas y ejercicios en el salón de clases, se pudo apreciar como el PP relacionó el tema FL con otros contenidos matemáticos, lo cual, da cuenta del aspecto $CK3$, por ejemplo, al operar con varios tipos de números (enteros y racionales), al convertir fracciones a decimales o viceversa (aspecto $CK3_1$ y $CK3_3$), al ubicar puntos en el plano cartesiano (aspecto $CK3_2$), al utilizar la jerarquía de operaciones (aspecto $CK3_4$), la proporcionalidad directa (aspecto $CK3_5$), la ecuación lineal (aspecto $CK3_6$), etcétera. En particular, en la Figura 18, se aprecia cómo el docente utiliza operaciones aritméticas, jerarquía de operaciones y conversión de fracciones a decimales al momento de transitar de la representación analítica de la FL a la tabular.

Asimismo, se resalta la evidencia del aspecto $CK2_4$ cuando el PP aplica el “examen de recuperación” donde interrelaciona los contenidos matemáticos ecuación lineal, proporcionalidad

directa y FL, dejando claro que el primero y el último se relacionan mucho y parecieran lo mismo pero que en realidad no lo son.

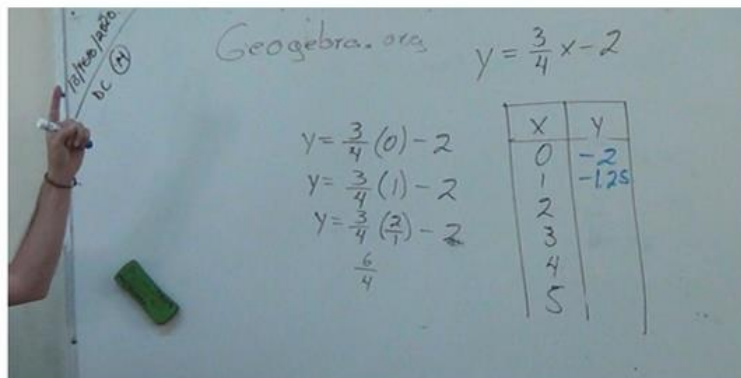
Por otra parte, respecto a la ES el PP esclareció el hecho de que las funciones, expresiones y ecuaciones lineales no son lo mismo y cada una tiene sus propios elementos, incluso el nombre de la x dependerá en cuál de estos contenidos matemáticos se utilice (ver Figura 19). El PP expresó que si dicha letra se utiliza para las ecuaciones recibe el nombre de incógnita y si se utiliza para las Funciones Lineales, entonces recibe el nombre de variable debido a su infinidad de valores posibles (ver Figura 20). Esto da evidencia de los aspectos $CK2_3$ y $CK2_4$ por parte del docente, mismos que refieren al componente CK.

Figura 18

Relación de la FL con otros contenidos matemáticos.

Al sustituir $x = 2$ en la expresión $y = \frac{3}{4}x - 2$, el profesor afirma:

PP: *Recuerden la multiplicación de fracciones, lo haremos numerador por numerador, denominador por denominador. Para convertir el 2 en una fracción pueden utilizar la unidad (el docente puso en el pizarrón $y = \frac{3}{4}(\frac{2}{1}) - 2$)... ¿3 por 2?... 6 (coloca el 6 como numerador), ¿4 por 1?... 4 (coloca el 4 como denominador) y ¿cuánto es $\frac{6}{4}$... 1.5, ¿menos 2?... -0.5...*



Geogebra.org $y = \frac{3}{4}x - 2$

$$y = \frac{3}{4}(0) - 2$$

$$y = \frac{3}{4}(1) - 2$$

$$y = \frac{3}{4}(\frac{2}{1}) - 2$$

$$\frac{6}{4}$$

x	y
0	-2
1	-1.25
2	
3	
4	
5	

Figura 19

Extracto de ES donde se señala la diferencia entre FL, ecuación lineal y expresión algebraica.

Investigadora: Durante las clases usted expresó y presentó que la Función Lineal era una función polinómica y en el Plan de Clase señala a la representación analítica de la función como una expresión algebraica. Entonces una Función Lineal y una expresión algebraica ¿son lo mismo?

PP: No, no son lo mismo... Es cierto que se relacionan y parecen mucho pero no lo son. Las expresiones algebraicas no se resuelven, ni siquiera tienen signo de igualdad, solo son letras y números... las ecuaciones si tienen el signo de igualdad y se pueden resolver y bueno, las funciones... esas tienen una infinidad de valores...

Figura 20

Extracto de ES donde el PP diferencia entre incógnita y variable.

Investigadora: Entiendo... y sobre las letras que se utilizan en este tipo de contenidos ¿son lo mismo también? ¿tienen el mismo significado?

PP: Si mal no recuerdo, creo que no son lo mismo. Pueden ser incógnitas o variables, incógnitas en las ecuaciones y variables en las funciones.

Con todo lo anterior, se puede apreciar que el PP conoce símbolos y términos propios de la FL, lo cual corresponde al aspecto CK2, además, relaciona dicho tema con otros contenidos matemáticos, lo cual corresponde al aspecto CK3 (ver Tabla 12), por lo que, se afirma que el PP mostró evidencia de Conocimiento del Contenido (CK).

Tabla 12

Aspectos que evidencia el PP para la componente CK.

Conocimiento del Contenido (CK)												
CK1	CK2						CK3					
	CK2 ₁	CK2 ₂	CK2 ₃	CK2 ₄	CK2 ₅	CK2 ₆	CK3 ₁	CK3 ₂	CK3 ₃	CK3 ₄	CK3 ₅	CK3 ₆
PC	X						X	X				

ONP		X		X	X	X	X	X	X	X
ES		X	X							

4.2.3. Respecto al Conocimiento Pedagógico (PK)

El PK refiere al conocimiento del docente respecto a las actividades pedagógicas generales que puede utilizar. Dichas actividades son independientes del tema FL, lo que significa que pueden usarse con cualquier otro contenido matemático.

En específico, el PP mostró evidencia sobre este componente debido a que en el PC que diseñó establece propósitos de aprendizaje, lo que permitió apreciar que el PP revisa el Programa de estudio para la Educación Básica Secundaria (anterior y vigente) a fin de conocer los objetivos de aprendizaje de cada tema, en particular de la FL (ver Figura 21). Esto da cuenta del aspecto *PK1*. Asimismo, establece que sus formas de evaluar serían: evaluación cualitativa (“*se observan los avances en los aprendizajes de los educandos a lo largo del desarrollo de las actividades*”) y evaluación formativa (“*participaciones de los estudiantes en las sesiones y, además, graficación correcta de Funciones Lineales*”), lo cual da cuenta del aspecto *PK2* (ver Figura 22).

Figura 21

Extracto del PC donde se especifica el propósito de aprendizaje.

EJE TEMÁTICO	MANEJO DE LA INFORMACIÓN
PROPÓSITOS	<ul style="list-style-type: none"> ■ Que los alumnos analicen información y resuelvan ejercicios de proporcionalidad. ■ Que los alumnos propongan ejercicios que tengan que ver con la proporcionalidad y que entre todo el grupo los resuelva. ■ Que los alumnos analicen información dada para que resuelvan ejercicios en los que conjuguen la proporcionalidad con las funciones lineales y que propongan algunos para resolverlos entre todo el grupo.
PROYECTO	¿PARA QUÉ ME SIRVEN LAS FUNCIONES LINEALES?

Propósito: “*Que los alumnos analicen información dada para que resuelvan ejercicios en los que conjuguen la proporcionalidad con las funciones lineales y que propongan algunos para resolverlos entre todo el grupo*”.

Figura 22

Extracto del PC donde se especifican las formas de evaluación del PP.

<p>Estrategias de evaluación:</p> <p>La evaluación es un proceso que permite evidenciar el proceso de aprendizaje, una de las cosas que determinan su efectividad es que sean procesos que pasen casi por desapercibidos y que, por lo tanto, los alumnos no se den cuenta de que están siendo evaluados a cada instante, es por ello que en la planeación siguiente se proponen, generalmente, evaluaciones de tipo cualitativa, en donde el docente pueda ir observando los avances en los aprendizajes a lo largo del desarrollo de las actividades.</p>
<p>Evaluación formativa:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Valore la participación de los alumnos durante las sesiones. • Verifique que a lo largo de las actividades realizadas, los alumnos: <ul style="list-style-type: none"> ○ Analicen la información que se les presenta. ○ Resuelvan ejercicios de proporcionalidad. ○ Realicen propuestas de ejercicios relacionados con la proporcionalidad. ○ Identifiquen la utilidad de las funciones lineales en los problemas de proporcionalidad. ○ Grafiquen funciones lineales correctamente.

El PP mencionó en su PC que el enfoque que utilizaría durante el tratamiento de la FL refiere al constructivista, por lo que el docente fungiría como facilitador de conocimiento (ver Figura 23), lo que evidencia una selección de enfoque de enseñanza por su parte y esto, da cuenta del aspecto *PK4*.

Figura 23

Evidencia del enfoque de enseñanza-aprendizaje evidenciado en el PC por el PP.

<p>Fundamento de las estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas:</p> <p>Se implementarán actividades desde la teoría constructivista, con el fin de lograr que sea el estudiante quien construya su propio aprendizaje a partir de experiencias significativas.</p> <p>El constructivismo asume una postura de triangulación en el proceso de aprendizaje (Profesor, alumno y contenidos) y en ella el estudiante se acerca al conocimiento como constructor de significados y generador de significados de lo que aprende. En esta teoría el aprendizaje no se construye de forma aislada sino a partir de la mediación con otros y teniendo metas bien definidas.</p>
<p>Fundamento de las estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas:</p> <p>Se implementarán actividades desde la teoría constructivista, con el fin de lograr que sea el estudiante quien construya su propio aprendizaje a partir de las experiencias significativas.</p> <p>El constructivismo asume una postura de triangulación en el proceso de aprendizaje (Profesor, alumno y contenidos) y en ella el estudiante se acerca al conocimiento como constructor de significados y generador de significados de lo que aprende. En esta teoría el aprendizaje no se construye de forma aislada sino a partir de la mediación con otros y teniendo metas bien definidas.</p>

Otra evidencia que mostró el PP caso de estudio fue que, diseñó y/o retomó actividades y problemas atendiendo la teoría constructivista para que estos fuesen “*más reales y permitieran que los estudiantes desarrollaran las competencias establecidas por la SEP*”, lo que da cuenta sobre el enfoque de aprendizaje basado en la resolución de problemas (ver Figura 24), además, dichas actividades fueron programadas para llevarse a cabo en equipos y en tiempos específicos (algunas actividades). Aunado a esto, de acuerdo con lo establecido en el Plan de Clase del PP el tratamiento de todo el contenido estaba programado para implementarse en un tiempo aproximado de una semana (ver Figura 25). De esta manera, lo anterior, da evidencia de los aspectos *PK7* y *PK8* por parte del docente.

En este sentido se puede apreciar que el PP mostró evidencia de PK durante el diseño de su PC, específicamente evidenció los aspectos *PK1*, *PK2*, *PK4*, *PK7* y *PK8*.

Figura 24

Ejemplos de problemas utilizados por el docente en su PC.

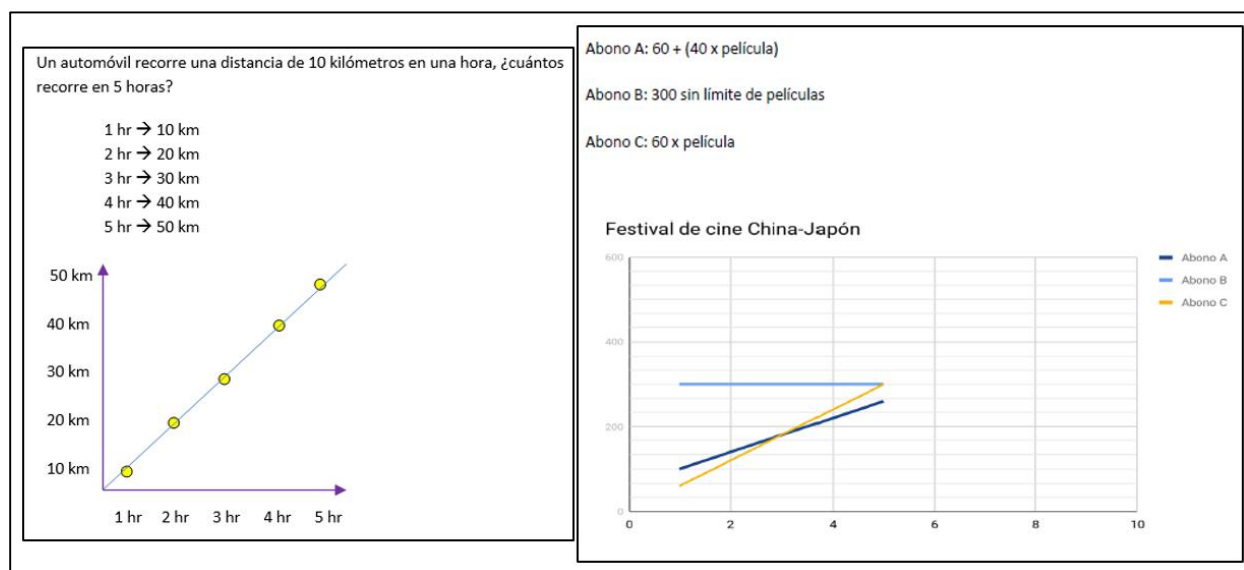


Figura 25

Evidencia de la consideración del tiempo para la realización de actividades por el PP.

SEMANA 8 BLOQUE I		ESC. SEC. RAYMUNDO ABARCA ALARCON 12DES0053Z MATUTINO "A"
MATEMÁTICAS PRIMER GRADO		
EJE TEMÁTICO	MANEJO DE LA INFORMACIÓN	
PROPÓSITOS	<ul style="list-style-type: none"> ■ Que los alumnos analicen información y resuelvan ejercicios de proporcionalidad. ■ Que los alumnos propongan ejercicios que tengan que ver con la proporcionalidad y que entre ■ Que los alumnos analicen información dada para que resuelvan ejercicios en los que conjuguen que propongan algunos para resolverlos entre todo el grupo. 	
PROYECTO	¿PARA QUÉ ME SIRVEN LAS FUNCIONES LINEALES?	
COMPETENCIAS QUE SE FAVORECEN	<ul style="list-style-type: none"> ■ Resolver problemas de manera autónoma ■ Comunicar información matemática ■ Validar procedimientos y resultados ■ Manejar técnicas eficientemente 	
TEMA	ACTIVIDADES	
<u>Proporcionalidad y funciones</u>	INICIO	
	El profesor solicitará a los alumnos a contestar el ejercicio de la página 64 del libro de texto en el cual se propone algunos paquetes para la entrada a un festival de cine, los alumnos completarán las tablas y tratarán de dibujar la gráfica resultante.	
SUBTEMA	DESARROLLO	
Resolución de problemas de reparto proporcional.	Los alumnos tendrán que analizar la información que se les está proporcionando para tratar de resolverlo solos o por parejas, para esto el docente dará de 5 a 10 minutos, posteriormente, entre todos resolverán el ejercicio, pero ahora en el pizarrón.	

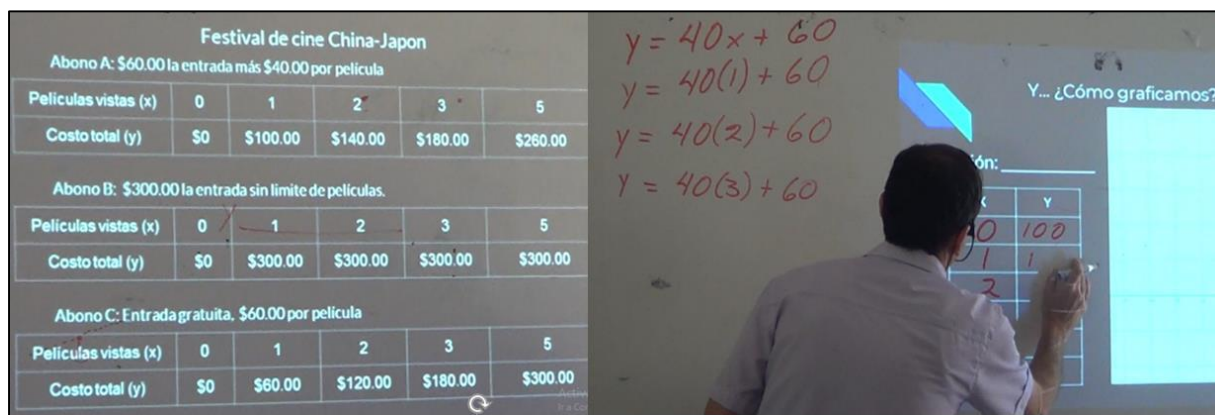
Respecto a la ONP, se destaca que también se evidenció PK por parte del PP, ya que, en ella se pudo apreciar que, además del constructivismo (el cual reflejó en su PC), también se recurre a la enseñanza tradicional (conductista), donde el PP funge como emisor y los estudiantes como receptores de información, esto, da cuenta de otro enfoque de enseñanza perteneciente al aspecto *PK4*.

Asimismo, se pudo apreciar que el docente implementó los problemas que formaron parte de su planeación (ver Figura 26) y, además, durante dicho proceso, trató de mantener la dinámica en el aula, promoviendo así la participación, el uso de gráficos, fomentando la comunicación y discusión

entre los estudiantes, y, promoviendo un aprendizaje colaborativo, lo cual da cuenta de los aspectos PK6 y PK8.

Figura 26

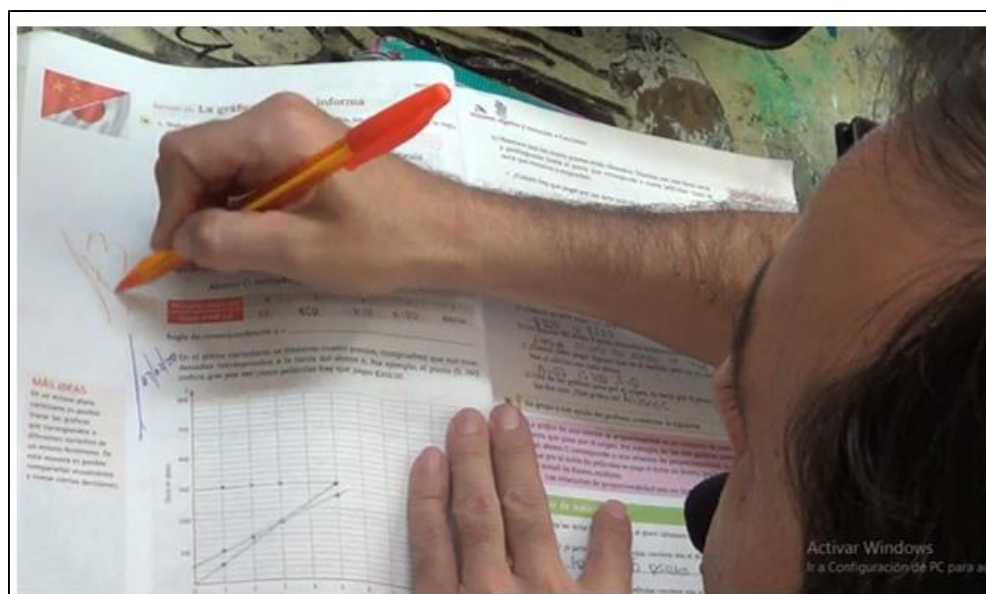
Evidencia de la ONP donde el PP implementa el enfoque basado en la resolución de problemas.



La evaluación es un ejemplo más donde se muestra evidencia de PK, ya que, el PP consideró los puntajes (trabajos de clase) y participaciones de los estudiantes utilizando una rúbrica (ver Figura 27) y aplicando también un “examen de recuperación”, lo cual, da cuenta del aspecto PK2.

Figura 27

Evidencia sobre la forma de evaluar del PP durante la ONP.



En este sentido, durante la Observación No Participativa se destaca como evidencia de conocimiento por parte del PP a los aspectos *PK2*, *PK4*, *PK6* y *PK8*.

Respecto a la ES se mostró evidencia sobre cómo el PP plantea los objetivos de aprendizaje referentes a los contenidos matemáticos, dicho docente, señaló que, para ello, utiliza el Plan y Programas de estudio para la Educación Básica Secundaria vigentes (SEP, 2011; 2017), esto con la intención de que ambos se complementen y le ayuden a tener un panorama más completo sobre el tema a tratar (ver Figura 28). Lo cual una vez más, nos da evidencia de conocimiento por parte del PP sobre el aspecto *PK1*.

Figura 28

Justificación sobre el planteamiento de los objetivos de aprendizaje durante la ES.

Investigadora: *Tengo algunas dudas también sobre cómo plantea sus objetivos de aprendizaje. En el Plan de Clase que me dio vienen sus propósitos, pero en ¿qué se basa para plantearlos? ¿Qué plan está utilizando? ¿El 2017 o el 2011?*

PP: *Sí, de hecho, utilizo ambos, de alguna manera creo que los dos se complementan o así me ha funcionado hasta ahora, hay algunos elementos que me sirven más del anterior y otros del actual, por eso prefiero utilizar los dos porque de alguna manera se complementan.*

Aunado a ello, también se le cuestionó al docente sobre el diseño de las actividades que implementa dentro del salón de clases, dejando claro que, recurre a libros de texto (escolares o externos), internet o incluso las modifica y reinventa de acuerdo con el contexto de sus estudiantes (ver Figura 29) dejando en evidencia su conocimiento sobre el aspecto *PK7*.

Figura 29

Evidencia sobre el diseño de las actividades que implementa en el aula.

Investigadora: *Sobre el diseño de sus actividades, ¿cómo le hace? ¿las retoma de algún lado o usted las diseña?...*

PP: *Algunas las retomo tal y como están, como las encuentro, otras las modifico, les cambio ciertos datos, pero trato de mantener la idea central, en ocasiones también se da el momento en que los estudiantes no comprenden la situación que se les plantea, entonces debo plantear problemas más relacionados con su contexto, cosas que ellos ven, que viven, ... para que se entienda...*

Investigadora: *Y ¿de dónde las retoma?*

PP: *Pues trabajamos con su libro, si es que vienen actividades ahí, las hacemos, también les doy algunos problemas que yo investigo aparte, en internet, libros y otros que (repito), debo inventar con base en el contexto de los niños.*

El PP destacó durante la ES que dentro del salón de clases trata de promover un aprendizaje participativo y colaborativo por parte de los estudiantes y, además, procura enseñarles a todos por igual ya que la atención personalizada es complicada de implementar debido a la cantidad de estudiantes asignados por grupo en la institución, que en promedio rebasa los 50 estudiantes aproximadamente. En este sentido, dicho PP asegura que aun con lo anterior, es posible observar y detectar a los estudiantes que tienen más rezago o dificultades para aprender y es ahí donde entra su compañero docente, el cual se encarga de regularizar a los estudiantes con rezago y con necesidades educativas especiales (ver Figura 30). Esto da cuenta de que el PP reconoce las dificultades de aprendizaje que tienen algunos de sus estudiantes, lo cual refiere al aspecto *PK5*.

La forma de evaluación es un elemento más que se evidenció durante la Entrevista Semiestructurada, ya que, se le cuestionó al PP sobre la forma en que asigna los puntajes en los trabajos de sus estudiantes, dejando claro que, los puntajes máximo y mínimo son +3 y +1 respectivamente, y esto, varía dependiendo de la cantidad de aciertos y esfuerzo dedicados por los mismos. Además, el PP expresó que agrega un punto adicional cuando los estudiantes entregan sus trabajos escolares en tiempo y forma, lo cual es representado como +P (ver Figura 31). Todo

esto, evidencia conocimiento PK por parte del docente caso de estudio, específicamente refleja conocimiento del aspecto PK2.

Figura 30

Evidencia de que el PP conoce algunas dificultades de aprendizaje que tienen sus estudiantes.

Investigadora: *¿Usted es el encargado de dar clases en todos los grupos de los 3 grados?*

PP: *No, hay otro profesor que también da clases de matemáticas, de hecho, él además de dar clases en algunos salones también es encargado de regularizar a los alumnos con necesidades especiales.*

Investigadora: *Y ¿cómo saben quiénes son esos alumnos?*

PP: *Cuando les impartimos las clases vemos quienes tienen ciertas dificultades para aprender y aunque nosotros trabajamos con ellos en el salón, su forma de aprender sigue siendo distinta, por eso, además de las clases regulares sugerimos que se regularice con ellos en otro momento...*

Figura 31

Extracto de la ES donde se explica la rúbrica utilizada para la asignación de puntajes y participaciones.

Investigadora: *¿A quiénes les pone +3, +2, +2? ¿En qué se basa para asignar ese puntaje?*

PP: *1, al menos que lo haya intentado, 2, ahorita estuve poniendo 2 como máximo en las gráficas, pero por lo general, por trabajo pongo 3 puntos, si de estos ejercicios por lo menos tiene uno malo le sigo respetando el máximo, los 3 puntos. Si ya tiene dos malas, baja y así me voy hasta que al menos haya intentado el trabajo.*

...

Nota: *Al revisar las tareas que dejó para hacer en casa, el profesor registra una firma con fecha, dicha firma, se convierte después en un +P y hace referencia a una participación para el estudiante por haber cumplido en tiempo y forma.*

En este sentido, durante la ES fue posible detectar evidencia de los aspectos PK1, PK2, PK5 y PK7 correspondientes a la componente PK.

Todo lo anterior, permite reconocer las acciones pedagógicas realizadas por el PP, dando cuenta que, conoce las metas u objetivos de aprendizaje asociados a cada contenido (*PK1*), sabe cómo evaluar el rendimiento de sus estudiantes (*PK2*), utiliza enfoques y estrategias de enseñanza-aprendizaje (*PK4* y *PK8*), organiza a sus estudiantes y mantiene la dinámica en el salón de clases (*PK6*) y también, propone problemas basados en el contexto en el que están inmersos sus niños (*PK7* y *PK8*). Todo ello, nos muestra evidencia de Conocimiento Pedagógico (PK) por parte del PP (ver Tabla 13).

Tabla 13

Aspectos que evidencia el PP para la componente PK.

Conocimiento Pedagógico (PK)									
	<i>PK1</i>	<i>PK2</i>	<i>PK3</i>	<i>PK4</i>	<i>PK5</i>	<i>PK6</i>	<i>PK7</i>	<i>PK8</i>	<i>PK9</i>
Plan de Clase	X	X		X			X	X	
Observación No Participativa		X		X		X		X	
Entrevista Semiestructurada	X	X			X		X		

4.2.4. Respecto al Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK)

El TCK hace referencia al conocimiento del profesor respecto a las tecnologías que son más adecuadas para trabajar con el contenido matemático FL y cuáles no lo son. Esto, con base en las bondades que ofrece cada tecnología.

En este sentido, cabe mencionar que el PP evidenció TCK solo en dos fases del proceso de recolección de información, las cuales refieren a la ONP y a la ES.

Respecto a la ONP, se señala que el PP mostró evidencia de este tipo de conocimiento debido a que utilizó programas, softwares y navegadores para el tratamiento del contenido matemático FL. En un primer momento, dicho docente optó por utilizar el programa Power Point (perteneciente a la paquetería Office) con el objetivo de presentar la definición y elementos del contenido matemático en cuestión, lo cual incluye, variable, pendiente y constante (ordenada al origen), asimismo, evidenció características propias de cada elemento (ver Figura 5). Posterior a esto, incorporó el uso del software Geogebra (instalado o desde el navegador) con el objetivo de ofrecer

una mejor visualización a sus estudiantes sobre los cambios producidos en la gráfica asociada al contenido matemático FL al modificar su representación analítica, realizando así, cambios específicos en la pendiente y ordenada al origen (ver Figuras 32 y 33).

Dicho software se utilizó también como medio de reflexión para los estudiantes, ya que después de resolver algunos problemas propuestos por el docente, estos debían comparar los resultados obtenidos tanto en el software como en sus cuadernos. Lo anterior, da cuenta de que durante la puesta en escena del Plan de Clase se evidenciaron los aspectos *TCK1*, *TCK2* y *TCK3* por parte del docente.

Figura 32

Evidencia del uso de deslizadores en Geogebra para analizar cambios en la gráfica de una FL.

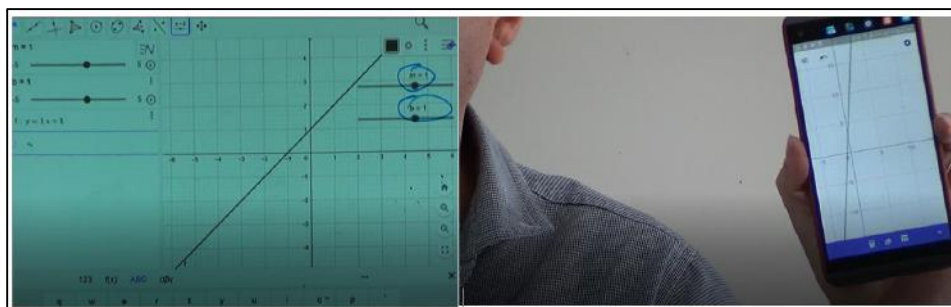


Figura 33

Extracto de la transcripción del video de la ONP donde se resaltan las cualidades de Geogebra.

PP: *Funciones Lineales sí. Entre otras cosas que nos va a permitir Geogebra va a ser graficar.*

...

PP: *Las bondades que tiene Geogebra es que podemos hacer que el comportamiento de esas funciones (refiriendo a las Lineales) ... la podemos cambiar de una manera dinámica, para ello, hay distintas herramientas. Vamos a utilizar una herramienta que se llama deslizador, el deslizador me va a permitir darle valores a una variable, ahorita vamos a ver qué variables van a ser. Yo a mi deslizador lo voy a llamar m, lo vamos a poner que vaya desde menos 5 (-5) hasta 5... Ahora voy a poner otro y lo voy a llamar b y lo voy a poner desde 5 hasta menos 5 (-5) también.*

...

PP: *Ahora, ¿qué vamos a hacer con estos deslizadores?... Vamos a sustituirlos sobre mi forma (refiriendo a $y = mx + b$) para ir viendo el comportamiento de una gráfica de una Función Lineal...*

Por otra parte, una fase más en la que el PP evidenció conocimiento de la componente TCK fue durante la ES, ya que, afirmó conocer otros softwares para el tratamiento del contenido matemático FL, así como navegadores para la búsqueda de información. Los softwares de geometría dinámica que el docente conoce refieren a Cabri y Geogebra (ver Figura 8) y respecto a los navegadores, aseguró conocer Mozilla Firefox y el Google Chrome (ver Figura 9), este último, utilizado durante las clases, para la búsqueda de problemas y para acceder al programa Geogebra desde el teléfono celular. Dicho docente afirmó haber utilizado Geogebra y Google Chrome (tanto en el celular como en la tablet) durante la puesta en escena del PC, debido a que, Geogebra es muy fácil de usar y enseñar a los estudiantes, está al alcance de todos porque es gratuito, y, además, posee todo lo necesario para comunicar el contenido matemático en cuestión (ver Figura 8).

El PP considera que este software permite graficar Funciones Lineales estableciendo relaciones entre sus representaciones analítica y gráfica, permite el análisis de los cambios producidos en su gráfica al modificar su expresión analítica, pero de una forma dinámica. El Chrome, por su parte, es utilizado por el PP, debido a que, desde su perspectiva, es más rápido y, además, ya lo tiene instalado en su móvil (ver Figura 9).

En este sentido, se destaca que durante la ES el PP da evidencia de los aspectos *TCK1*, *TCK2* y *TCK3* debido a que conoce, selecciona y utiliza la herramienta tecnológica que considera más apropiada para trabajar el contenido matemático FL.

Así, con base en todo lo anterior, el PP da cuenta que aun cuando conoce varios softwares y navegadores, este elige cuál utilizar (*TCK1*) y lo hace (*TCK2*) de acuerdo con los beneficios que le aporta cada uno en el tratamiento del contenido matemático FL, asimismo, es capaz de utilizar la herramienta seleccionada para la realización de operaciones gráficas del tema en cuestión (*TCK3*). Todo esto permite observar la evidencia de Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK) por parte del PP (Ver Tabla 14).

Tabla 14

Aspectos que evidencia el PP para la componente TCK.

Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK)			
	<i>TCK1</i>	<i>TCK2</i>	<i>TCK3</i>
Plan de Clase			
Observación No Participativa	X	X	X
Entrevista Semiestructurada	X	X	X

4.2.5. Respecto al Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)

El TPK enfatiza en el conocimiento que tiene el profesor sobre las herramientas tecnológicas que facilitan sus labores como docente, ya sea, para registros, guías didácticas, para motivar, promover aprendizajes, entre otros.

En este sentido, se destaca que el PP, mostró evidencia de Conocimiento Tecnológico Pedagógico en dos de las fases de recolección de información, las cuales refieren a la Observación No Participativa y a la Entrevista Semiestructurada.

Durante la Observación No Participativa, el PP da evidencia de TPK al seleccionar y utilizar el software de geometría dinámica Geogebra a fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos, en específico, dicha herramienta fue utilizada para el diseño e implementación de actividades y para la resolución de problemas, lo cual resulta más atractivo, dinámico y fácil de entender para los estudiantes. Esto último, se pudo apreciar incluso en los mismos educandos, ya que ellos, mostraban mayor interés en la clase cuando utilizaban sus teléfonos celulares y el software en lugar de solo realizar las actividades a lápiz y papel (ver Figura 34). Asimismo, se pudo apreciar que el docente caso de estudio reconoce los momentos idóneos para utilizar herramientas tecnológicas, ya que, durante la puesta en escena del Plan de Clase se observó que el uso del software Geogebra solo fue en ciertos momentos señalados por el PP. Así, lo anterior da evidencia de los aspectos *TPK1*, *TPK2*, *TPK3* y *TPK4*.

Figura 34

Uso de Geogebra en los celulares para la graficación de la FL.



Excel, fue una herramienta utilizada por el docente durante la Observación No Participativa y, su uso se enfatizó: 1) Como registro de información de los estudiantes; y, 2) Para el cálculo de las evaluaciones de los mismos. Respecto al primero, se pudo observar cómo el PP utilizó una hoja de Excel para registrar las asistencias, los puntajes (de los trabajos) y las participaciones obtenidas por los estudiantes, ya sea, específicamente para el contenido matemático FL o para todos los temas abarcados en el trimestre. En cuanto a la evaluación, se observó que la misma hoja de Excel fue programada (con una regla de tres) para reflejar las calificaciones (redondeadas al número más cercano) de los estudiantes con base en la cantidad de puntos obtenidos (ver Figuras 35 y 36). Además de las calificaciones, el programa también fue utilizado para reflejar quiénes aprobaron o reprobaron el trimestre. De esta manera, se aprecia que el PP utilizó Excel para facilitarse cálculos y registros que llevan tiempo para su realización, esto, da cuenta del aspecto *TPK5*.

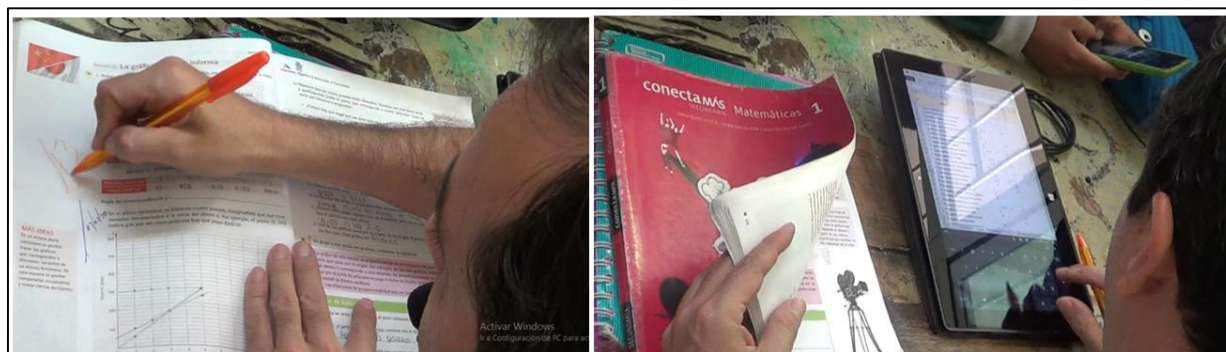
Figura 35

Evidencia de uso de la hoja Excel para registrar actividades y evaluar.

Nombre	Columna 1	Columna 2	Columna 3
ESTEBAN SIGARRA	0	41	5.00
NET BIRNULJO ALKARIMJI	0	5	5.00
ADREZHU BITZI	0	56	7.00
ENRIK LACK SAWYER	0	3	5.00
NO JANNATHA NAOMI	0	72	5.00
WILKZ ADARA	0	11	5.00
ITIMENIZ STELANA MONSERRAT	0	78	10.00
ANITA ANJEL MARIEL	0	78	10.00
ISA I COPOTIG	0	50	5.00
YIBB KAREL ALEJONIA	0	38	5.00
PAULITS ALONSO	0	48	6.00
AMERIKAL PAOLA	0	68	8.00
PRYEMA ERICAR ADAN	0	47	5.00
EZ MILLAFREDA JOSE ANDRÉS	0	51	5.00
GONZALEZ GRI AHINE KESKER	0	67	5.00
RAMOS CLARA JAVIER	0	57	5.00
BERGA GILBO AL	0	0	0.00

Figura 36

Revisión de trabajos y registro en la hoja de Excel.



Con base en lo anterior, se destaca que durante la puesta en escena del Plan de Clase el PP evidenció conocimiento de los aspectos *TPK1*, *TPK2*, *TPK3*, *TPK4*, y *TPK5*.

Por otra parte, respecto a la ES, el docente dio evidencia que al diseñar las actividades que implementa en el salón de clases casi siempre se apoya de los conocimientos que ya posee sobre los contenidos, pero, también indaga en internet (por medio de navegadores) sobre aspectos en los

que pueda llegar a tener ciertas deficiencias o que pueda llegar a desconocer. Asimismo, mencionó que, si lo considera pertinente, puede incorporar alguna herramienta tecnológica que facilite el tratamiento de los contenidos en el aula, debido a que dicha forma de trabajo resulta más atractiva y significativa para sus estudiantes, esto da evidencia de los aspectos *TPK1*, *TPK2*, *TPK3* y *TPK4*.

Una herramienta más, utilizada con fines pedagógicos refiere a la aplicación de WhatsApp, la cual es un medio de comunicación externo entre el PP y sus estudiantes. El PP aclaró durante la ES que, dicha herramienta es utilizada para mandar actividades que se la hayan olvidado durante la clase (por ejemplo, descargar Geogebra en sus celulares) e inclusive para recibir algunos trabajos pendientes de sus estudiantes (ver Figuras 10 y 37). Esto da cuenta del aspecto *TPK5*.

Figura 37

Diálogo entre estudiante y PP, donde se evidencia que el PP recibe trabajos pendientes de sus estudiantes por WhatsApp.

Estudiante: *Profe, ¿cómo le entrego las capturas, si no tengo celular? mis papás no me dejan traerlo a la escuela.*

PP: *Cuando llegues a tu casa me lo mandas por un mensajito el Whats. ¿no?*

Estudiante: *Sí profe.*

Así, con todo lo anterior, se da evidencia de cómo el PP utiliza las tecnologías para facilitar la enseñanza-aprendizaje de contenidos (*TPK2*), lo cual incluye el diseño de actividades (*TPK1*). Asimismo, dicho PP es capaz de decidir los momentos más oportunos para el uso de este tipo de herramientas (*TPK4*), pero, sobre todo, está consciente sobre la influencia que estas tiene en su labor docente (*TPK3*) lo cual incluye, el recurrir a ellas para agilizar los registros de asistencias, participaciones, trabajos y evaluaciones (*TPK5*). De esta manera, se afirma que el PP muestra evidencia de TPK (ver Tabla 15).

Tabla 15

Aspectos que evidencia el PP para la componente TPK.

Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)					
	<i>TPK1</i>	<i>TPK2</i>	<i>TPK3</i>	<i>TPK4</i>	<i>TPK5</i>
Plan de Clase					
Observación No Participativa	X	X	X	X	X
Entrevista Semiestructurada	X	X	X	X	X

Es importante resaltar que para este apartado se consideró pertinente omitir el contenido matemático FL debido a que el Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK) igual podría entenderse como conocimiento límite entre TPK y TPACK, pues en ocasiones es difícil apreciar la tecnología utilizada para mejorar procesos de enseñanza-aprendizaje de contenidos sin involucrar este último.

4.2.6. Respecto al Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK)

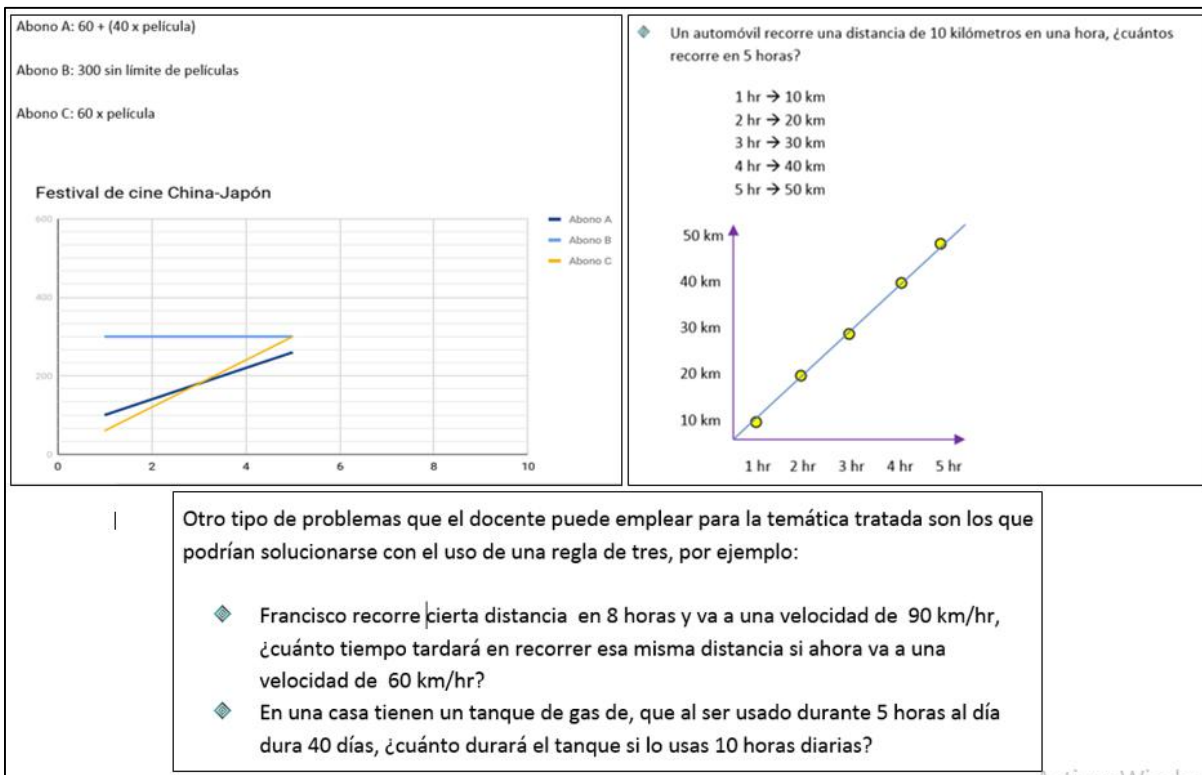
Este componente refiere al conocimiento que tiene el profesor sobre cómo organizar, adaptar y representar lo que sabe sobre FL para poder comunicarlo a los estudiantes y asegurar que este pueda ser aprendido.

En este sentido, el docente caso de estudio evidenció conocimiento respecto a dicho componente durante las tres fases de recolección de información, las cuales refieren al PC, ONP y ES.

Respecto a la primera fase (PC), el docente evidenció una selección de enfoque de enseñanza y forma de trabajar para el contenido matemático FL, específicamente, establece un enfoque constructivista, donde asume en automático el papel de facilitador de aprendizaje y, aunado a ello, gracias a las actividades propuestas se destaca el aprendizaje basado en la resolución de problemas. Algunos ejemplos de estos últimos refieren al Festival de cine China-Japón, distancias recorridas en tiempos determinados, uso del tanque de gas y también, se propone determinar las expresiones analíticas asociadas a dos gráficas dadas (ver Figura 38). Todo ello, da cuenta de los aspectos *PCK1* y *PCK2*.

Figura 38

Problemas que utilizó el PP en su diseño de PC.



Con relación a la ONP, el docente asumió el papel de facilitador de conocimiento y como emisor de información, se promovió un aprendizaje con base en la resolución de problemas, pero atendiendo el hecho de que estos fuesen “*más reales y permitieran que los estudiantes desarrollaran las competencias establecidas por la SEP*”. En general, durante todas las sesiones el PP propuso 6 problemas que se podían modelar y resolver mediante Funciones Lineales, dichos problemas refirieron a entradas al cine, crecimiento de una planta, alquiler de un coche, compra de refrescos, compra de naranjas por kilogramos y, distancia recorrida por tiempo transcurrido de 3 automóviles, los cinco primeros problemas enfatizaban en que el estudiante debía deducir la expresión analítica de la situación propuesta así como su representación gráfica y, en el último, se solicitaba lo inverso, es decir, dadas las tres gráficas, los estudiantes debían proponer la situación y expresión analítica asociada a estas (ver Figura 39). Además de los problemas anteriores, el PP propuso algunos “ejercicios” como los que se aprecian en la Figura 40 donde los estudiantes debían graficar las funciones dadas y encontrar las expresiones analíticas asociadas a dichas gráficas. Esto

da cuenta del enfoque basado en problemas, los cuales fueron diseñados o seleccionados por el PP para después crear los escenarios en el salón de clases para su resolución, esto permite apreciar los aspectos *PCK1*, *PCK2* y *PCK3* respectivamente.

Figura 39

Ejemplos de 2 problemas utilizados en la enseñanza de la FL por parte del PP durante la ONP.

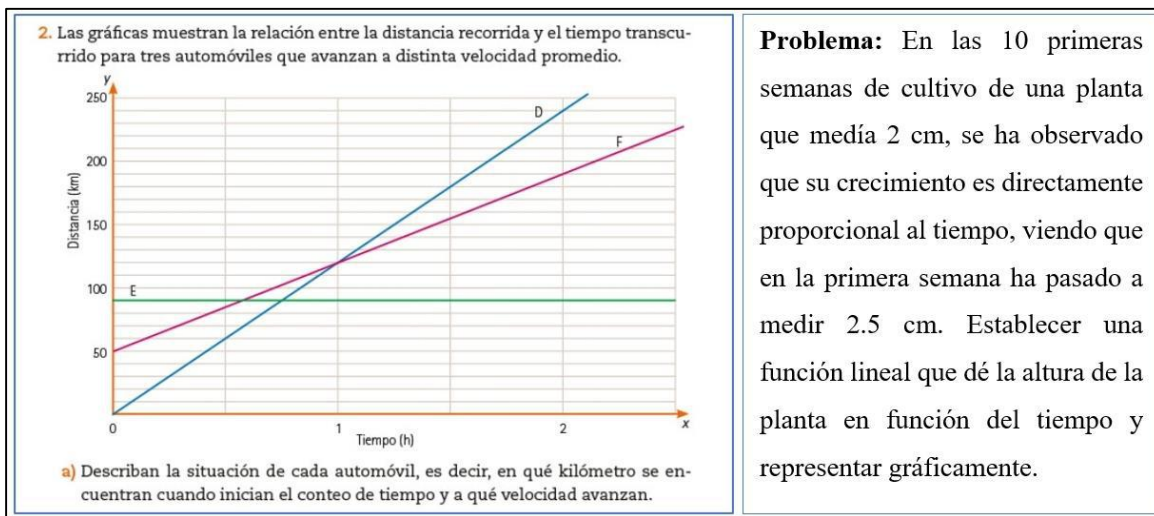
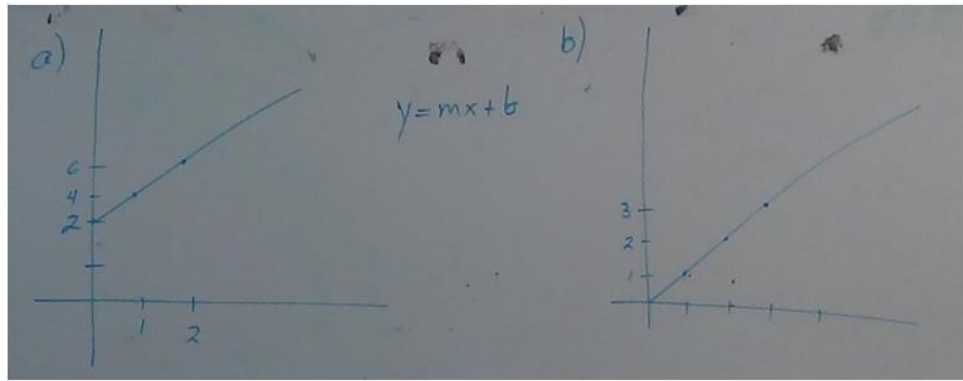


Figura 40

Ejemplo de ejercicios propuestos durante el tratamiento de la FL en la ONP.

➤ *Encontrar la función correspondiente a las gráficas.*



➤ *Construir la gráfica correspondiente a las siguientes expresiones.*
 $y = 5x + 3$, $y = \frac{3}{4}x - 2$, $y = -2x$

Asimismo, durante la ONP también se pudo apreciar que el PP identificó y atendió algunas dificultades presentadas por sus estudiantes referentes al contenido matemático FL, un ejemplo de ello refiere a que, en lugar de unir los puntos del plano cartesiano con una recta, los estudiantes tendían a utilizar gráfica de barras, asimismo, la letra utilizada (x), confundía a los estudiantes asumiendo que era el signo de multiplicación y no una variable (ver Figura 41). Esto da cuenta del aspecto *PCK4*.

Figura 41

Extracto del audio de la ONP donde se evidencia cómo el PP atendió algunas dificultades presentadas por los estudiantes durante el tratamiento de la FL.

El profesor se dio cuenta que uno de sus estudiantes estaba utilizando gráfica de barras para representar gráficamente la Función Lineal $y = 0.5x + 2$ y le dijo lo siguiente:

PP: *Estamos trabajando gráficas Lineales, así que todos los puntos que marcaste deben formar una línea recta (mientras le mostraba cómo hacerlo en el pizarrón) ...*

Al utilizar el programa Geogebra el PP pidió a sus estudiantes que le dictasen alguna Función Lineal para graficarla y uno de ellos respondió lo siguiente:

Estudiante: *y igual a 5... por más...*

PP: *(Corrigiendo) Es x , por no, x ... es muy importante que no confundan el signo de multiplicación con la variable.*

Con relación a la misma componente, se destaca que durante las clases el PP utilizó formas de evaluación particulares para el contenido matemático FL. Es decir, además de retomar la rúbrica tradicional (mencionada en el componente PK), el PP asignó puntaje máximo de +2 para el uso de gráficas y tablas, puesto que, por actividad los estudiantes podían acumular un máximo de 4 puntos. Así mismo, dada la cantidad de reprobados en el trimestre, el PP optó por hacer un “examen de recuperación” donde incluía y relacionaba los temas ecuación lineal, proporcionalidad directa y FL al proponer una situación de llenado de dos cisternas. Esto último, da evidencia del aspecto *PCK2*.

De esta manera, todo lo anterior da evidencia que durante la ONP el PP evidenció los cuatro aspectos considerados para el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK).

Respecto a la ES el docente, caso de estudio comentó que las actividades implementadas en el salón de clases durante el tratamiento del contenido matemático fueron retomadas o inventadas, las primeras desde la red (internet) o del libro de texto Conecta Más (editorial SM), mismas que fueron utilizadas tal y como se encontraron o con algunos cambios y las últimas, fueron totalmente inventadas con relación al contexto en el cual están inmersos los estudiantes (ver Figura 42), ejemplo de esto último, son los problemas del refresco y la naranja, los cuales fueron incorporados a fin de contribuir en la comprensión de los estudiantes y en la resolución de otros problemas. En este sentido, el PP deja claro que crea los escenarios idóneos para que los estudiantes se familiaricen y puedan realizar la diversas actividades propuestas, ya que, para el tratamiento del tema en cuestión optó primero por explicar el contenido matemático, y dejar que los estudiantes trataran de resolver algún problema con base en los contenidos previamente trabajados (proporcionalidad directa y ecuaciones lineales), una vez que lo estudiantes concluyeran dicha actividad, el PP entraba nuevamente para despejar dudas y mostrar el método correcto de resolución, para que finalmente, los estudiantes pudiesen realizar de manera independiente cada una de las actividades propuestas. Todo esto da evidencia que durante la fase de la ES el docente despejó dudas y evidenció conocimiento de los aspectos *PCK2* y *PCK3*.

Figura 42

Extracto de la ES donde el PP da cuenta de los problemas utilizados para la FL.

momento en que los estudiantes no comprenden la situación que se les plantea, entonces debo plantear problemas más relacionados con su contexto, cosas que ellos ven, que viven, ... para que se entienda...

Investigadora: *Y ¿de dónde las retoma?*

PP: *Pues trabajamos con su libro, si es que vienen actividades ahí, las hacemos, también les doy algunos problemas que yo investigo aparte, en internet, libros y otros que (repito), debo inventar con base en el contexto de los niños.*

Investigadora: *De los que utilizó en el aula ¿cuáles de ellos fueron retomados, modificados o inventados? ¿cuáles de ellos corresponde a cada caso?*

PP: *A ver... creo que no recuerdo todos los que usé... los inventados en el momento fueron el de la naranja y el refresco para contextualizar a los niños... El de la planta se usó, así como lo encontré en internet, los de su libro también, bueno, solo el del cine porque venían más y ... creo que solo modifiqué el del alquiler... y sí, creo que son todos.*

Investigadora: *Las expresiones que debían graficar ¿usted las inventó o igual las retomó de algún lado?*

PP: *De esas, si no recuerdo cuáles son, pero creo que también retomé algunas y otras solo las dije para que los estudiantes aprendieran a graficarlas, a mano o en el programa...*

En este sentido, se destaca que el PP seleccionó enfoques de enseñanza-aprendizaje específicos para el tratamiento del contenido matemático FL (aspecto *PCK1*) y que con base en ellos, creó las actividades y escenarios específicos con el objetivo de que los estudiantes comprendiesen el tema trabajado (aspectos *PCK2* y *PCK3*) y, si en dado caso, el docente se percataba de alguna dificultad presentada por algún estudiante la atendía en el momento a fin de no arrastrar dicha confusión (aspecto *PCK4*), por lo que, se deja en claro la evidencia de todos los aspectos de la componente PCK por parte del docente caso de estudio (ver Tabla 16).

Tabla 16

Aspectos que evidencia el PP para la componente PCK.

Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK)				
	<i>PCK1</i>	<i>PCK2</i>	<i>PCK3</i>	<i>PCK4</i>
Plan de Clase	X	X		
Observación No Participativa	X	X	X	X
Entrevista Semiestructurada		X	X	

4.2.7. Respecto al Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK)

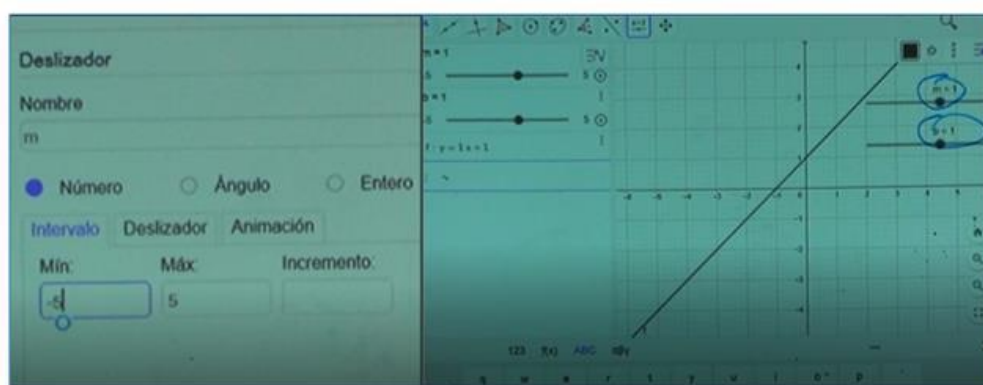
El TPACK refiere al conocimiento del docente para integrar tecnologías durante la enseñanza de la FL, combinando de este modo lo que sabe respecto al contenido matemático, tecnologías, sobre estrategias y métodos pedagógicos.

De esta manera, para dicha componente se evidenció conocimiento por parte del PP solo durante la ONP y la ES.

En este sentido, durante la ONP el docente muestra evidencia de conocimiento cuando elige el software Geogebra y lo utiliza en diferentes medios electrónicos como el teléfono y la tablet, para enseñar a sus estudiantes lo que sabe respecto al tema FL, sus componentes y representaciones. En específico, el PP utilizó el software para enseñar a sus estudiantes y que ellos aprendiesen sobre cómo cambia la gráfica de una FL cuando se modifican los valores de la pendiente y ordenada al origen en su expresión analítica, resaltando la importancia e influencia del uso de los deslizadores para poder visualizar dichos cambios, pero, de una forma dinámica (ver Figuras 43 y 44). Todo ello, permite que los estudiantes puedan relacionar al menos dos sistemas de representación asociados a la FL, que son precisamente la analítica y la gráfica. Esto, da cuenta de los aspectos *TPACK1* y *TPACK 3*.

Figura 43

Evidencia de que PP usó deslizadores en Geogebra para mostrar los cambios producidos en la gráfica de la FL al modificar m y b .



Una vez que el PP sustituyó los deslizadores para la pendiente (m) y para la ordenada al origen (b) comenzó a mover los valores de cada uno de ellos y cuestionó a sus estudiantes sobre los cambios producidos.

PP: *Díganme por favor, ¿qué pasa si cambio el valor de m en mi Función Lineal (señala la expresión $y = mx + b$)... ¿qué significa m ?... la pendiente, entonces, ¿qué va a pasar si la cambio? ¿qué va a pasar con la gráfica?*

Estudiantes: *Va a cambiar.*

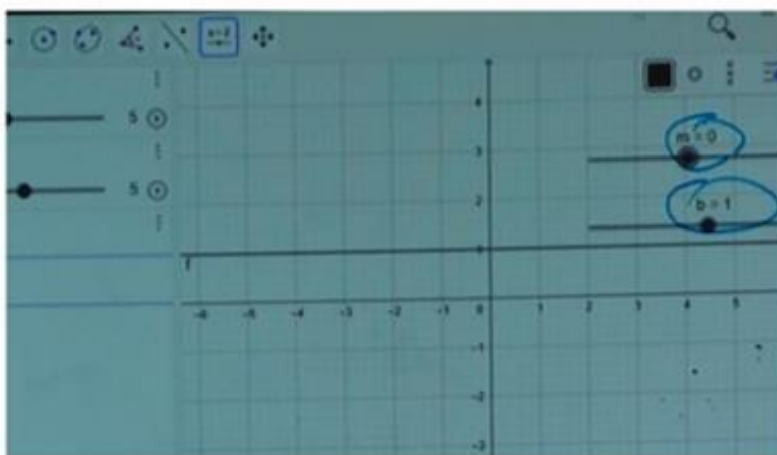
PP: *Pero ¿de qué manera?...*

Por otra parte, durante la ES, el PP mostró evidencia del aspecto *TPACK2* cuando aseguró que entró a los navegadores de internet e investigó sobre los problemas que podría utilizar en su clase de FL, los adaptó con base en el contexto de sus estudiantes y algunos de ellos, los resolvió mediante el uso del software Geogebra (aspecto *TPACK3*), lo cual se evidencia en la Figura 42, todo esto, a fin de que los estudiantes tuviesen una mejor comprensión sobre dicho contenido matemático. En este sentido, el docente está consciente que el uso de este software en particular, permite que los estudiantes manipulen y visualicen al contenido matemático y sus elementos, pero de una forma atractiva y dinámica. Con base en ello, se destaca que durante la ES se evidenciaron 2 de los aspectos correspondientes a la componente *TPACK*, los cuales refieren específicamente a *TPACK2* y *TPACK3*.

Figura 44

Continuación del extracto mostrado en Figura 22, donde se da evidencia de que PP utilizó deslizadores en Geogebra para mostrar los cambios producidos en la gráfica de la FL al modificar m y b .

El PP realiza modificaciones en el valor de la pendiente m para que los estudiantes observen los cambios que se producen en la gráfica correspondiente, con ayuda de Geogebra.



PP: m igual a 0. La pendiente es 0 en este caso, entonces la recta se mantiene así (haciendo referencia a que permanece horizontal).

PP: Si aumento la pendiente, ¿hacia dónde se va a inclinar? ¿va a crecer o decrecer?

Estudiantes: Va a crecer.

PP: Empieza a crecer ¿verdad?... Y ¿si fuera menor que 0?... Decrece...

PP: ¿Qué pasa con el valor de b ?... ¿Dónde estaría el cruce con las Y si es $2x$? ¿Si lo pongo en 0?... Ahí está en 1 y observen en el eje Y , está en 1. ¿Qué pasa si lo muevo a 0, el valor de b ?...

Estudiantes: Es 0.

PP: Es 0, pasa por el origen ¿verdad?...

Con todo lo anterior, se asegura que el PP caso de estudio es capaz de seleccionar y utilizar las herramientas tecnológicas que considere pertinentes para la creación o adaptación del contenido matemático en cuestión y las actividades asociadas al mismo, esto, a fin de que los estudiantes

puedan visualizar y comprender todo lo relacionado con dicho contenido, pero, sobre todo, que lo hagan de una manera divertida, dinámica, atractiva y significativa. En este sentido, se aprecia que el docente evidenció conocimiento de los aspectos *TPACK1*, *TPACK2* y *TPACK3* referentes a la componente TPACK (ver Tabla 17).

Tabla 17

Aspectos que evidencia el PP para la componente TPACK.

Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK)				
	<i>TPACK1</i>	<i>TPACK2</i>	<i>TPACK3</i>	<i>TPACK4</i>
Plan de Clase				
Observación No Participativa	X		X	
Entrevista Semiestructurada		X	X	

En resumen, con base en todo lo explicado anteriormente, se puede afirmar que el docente caso de estudio conoce diversas herramientas tecnológicas, lo cual incluye aplicaciones (WhatsApp), softwares (Geogebra, Cabri), programas correspondientes a la paquetería Office (Power Point, Excel), navegadores (Google Chrome, Mozilla Firefox) y correo electrónico y de alguna manera, de todas ellas, es capaz de seleccionar y usar la que considere más apropiada a fin de mejorar y/o facilitar sus labores docentes (registros, evaluaciones, búsqueda y presentación del contenidos matemáticos, resolución de problemas, entre otros), todo esto, a fin de facilitar la enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos, en específico, de la FL.

Dichos elementos permitieron dar cuenta de la evidencia de conocimiento del PP respecto a todos los componentes del modelo TPACK, algunos en más proporción que otros, sin embargo, todos fueron evidenciados. Los componentes cuyos aspectos fueron notorios en su totalidad refieren al Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK), Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK). El resto de ellos, como ya se mencionó también fueron evidenciados, pero en menor proporción que los anteriores. Esto, nos permite ver que aparentemente es más fácil para el PP asociar los componentes base en binas que trabajarlos de manera aislada o integrada.

CAPÍTULO 5

Conclusiones

En este capítulo se hace una reflexión respecto de los resultados, con base en la pregunta y objetivo de investigación planteados al inicio, asimismo, se realiza un contraste con lo reportado en la literatura dentro de la Matemática Educativa respecto del conocimiento de profesores sobre el contenido matemático Función Lineal, el uso de las herramientas tecnológicas y sobre el modelo TPACK. Se reportan también, limitantes durante la realización de este estudio, así como, recomendaciones para investigaciones futuras.

5.1. Respecto a la pregunta y objetivo de investigación

Con base en la pregunta de investigación ¿Qué conocimiento pone en acción un profesor de matemáticas durante la enseñanza de la Función Lineal? y, el objetivo de describir el conocimiento que pone en acción un profesor de matemáticas de secundaria durante la enseñanza de la Función Lineal, se destaca que con base en lo realizado por este, respecto del Plan de Clase, durante la Observación No Participativa y la Entrevista Semiestructurada, se pudo describir dicho conocimiento desde los componentes del modelo TPACK durante el tratamiento del contenido matemático de interés. Cabe precisar, que fue posible describir en su totalidad tres de ellos, mientras que, del resto, solo se realizaron descripciones parciales.

Aquellos componentes cuyos aspectos se evidenciaron completamente refieren al Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK), Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) y Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK).

Respecto al primero (TCK), se destaca que el PP mostró evidencia de conocer, elegir y utilizar las herramientas tecnológicas que consideró más apropiadas para la presentación y análisis del contenido matemático Función Lineal, esto, con base en las características y bondades que ofrece tanto la herramienta como el contenido matemático en cuestión.

En relación al segundo (PCK), se pudo identificar con las acciones del docente, que seleccionó el enfoque de enseñanza-aprendizaje que consideró más apropiado para el tratamiento del contenido matemático mencionado, diseñó las actividades y las implementó creando los escenarios idóneos para ello, además, tuvo presente las dificultades y fortalezas que poseen sus estudiantes respecto

de los contenidos matemáticos relacionados con la Función Lineal y sobre las formas en que estos los aprenden.

Sobre el TPK, mediante su conocimiento el PP reconoce la influencia que tiene la tecnología en su labor docente, puesto que, las utiliza para el diseño de las actividades a ejecutar dentro del salón de clases, propiciando clases dinámicas y atractivas para los estudiantes, asimismo, dichos recursos le permitieron agilizar algunas actividades propias de su labor (registros y cálculos).

De los 4 componentes que se lograron descripciones parciales respecto del conocimiento que puso en acción el docente son el Conocimiento Tecnológico (TK), el Conocimiento Pedagógico (PK), el Conocimiento del Contenido (CK) y, por último, el Conocimiento Tecnopedagógico del Contenido (TPACK).

Con base en el TK, se observó que el docente conoce diversas herramientas tecnológicas, experimenta y trabaja con ellas, sin embargo, no se puso en acción conocimiento que pudiera evidenciar que el PP, se mantiene informado y/o actualizado o que asimile información nueva fácilmente sobre las tecnologías emergentes, es decir, aquellas que van surgiendo o teniendo actualizaciones con el paso del tiempo. Asimismo, la evidencia no fue suficiente para describir conocimientos en acción del PP para determinar su capacidad de atender dificultades técnicas durante el uso de tecnologías, aunque es posible que la formación académica del mismo contribuya en dicha acción.

Respecto del componente PK, se evidenció que el PP conoce las metas u objetivos de los aprendizajes establecidos en el currículo mexicano, utiliza estrategias de enseñanza-aprendizaje ad hoc a las necesidades de sus educandos, asimismo, diseña actividades y las implementa identificando aspectos de organización, uso de contexto y tiempo de realización, involucra o toma en cuenta las fortalezas y las dificultades evidenciadas por sus estudiantes para la comprensión del contenido de interés, del mismo modo, se cree que el PP implementa adecuadamente la evaluación de conocimientos.

Asimismo, la evidencia permitió identificar que, para el docente, caso de estudio, fue difícil adaptar su estilo de enseñanza con la forma de aprender de cada uno de sus estudiantes (atención personalizada), debido a los grupos numerosos (50 estudiantes aproximadamente) con los que cuenta la institución donde labora. No obstante, como posible solución a tal situación, su escuela

ofrece la opción a estudiantes con rezago o necesidades educativas especiales de obtener una atención personalizada que complemente lo trabajado en la clase común a fin de homogeneizar el conocimiento entre los mismos.

Con relación al CK, el docente evidenció conocimiento respecto del contenido matemático Función Lineal y su relación con otros contenidos de la matemática, esto refiere a que, conoce la definición, elementos, registros de representación (individual e interrelacionados), contextos de uso, etcétera. Además, relaciona lo anterior con otros contenidos de la misma área, es decir, operaciones con números enteros y racionales, jerarquía de operaciones, proporcionalidad directa, ecuaciones, entre otros. Sin embargo, hay evidencia insuficiente que muestre que el docente utiliza métodos y estrategias para aprender y desarrollar su propio conocimiento sobre Función Lineal. Pues, de acuerdo con la evidencia, solo utiliza internet como un medio para acceder a información relacionada con dicho contenido.

Por último, respecto al TPACK, los resultados muestran que el docente caso de estudio, conoce herramientas tecnológicas, selecciona las más adecuadas (considerando las características de la herramienta y su propio criterio) para diseñar o adaptar actividades que permiten la comunicación y aprendizaje significativo del contenido matemático Función Lineal, en otras palabras, el docente maneja de manera integral su conocimiento sobre tecnología, pedagogía y el contenido matemático estudiado a fin de facilitar la enseñanza-aprendizaje del mismo. Aún con todo esto, se destaca que el docente no evidenció el hecho de interactuar con sus pares para intercambiar información sobre su labor docente, evitando con ello, la oportunidad de coordinar la enseñanza-aprendizaje desde lo tecnológico, pedagógico y contenido de la Función Lineal o de cualquier otro contenido matemático.

Con base en lo anterior y retomando la pregunta de investigación planteada al inicio de este estudio, podemos concluir que el conocimiento que puso en acción el profesor de matemáticas de secundaria durante la enseñanza de la Función Lineal refiere a los siete componentes del modelo TPACK, donde tres de ellos (TCK, PCK Y TPK) fueron evidenciados en su totalidad y los cuatro restantes (TK, PK, CK Y TPACK) de manera parcial, faltando a lo más, dos aspectos de cada componente.

5.2. Discusión de los resultados

En este apartado se hace un contraste entre los hallazgos de este estudio y lo reportado en la literatura consultada desde la Matemática Educativa para el presente estudio.

En particular, como parte de los hallazgos de esta investigación se destaca el constante uso de herramientas tecnológicas por parte del PP, no solo porque la institución donde labora cuenta con aulas equipadas para ello o porque el currículo lo sugiera, sino, debido a los beneficios que estas proporcionan a su labor docente, por ejemplo, le sirve para investigar y conocer más respecto a temas desconocidos y de interés, permite mantener la comunicación con sus estudiantes aun estando fuera del salón de clases, facilita el registro de información y cálculos, además, promueve una enseñanza de contenidos poco convencional, atractiva y dinámica para sus estudiantes. Aspectos mismos que se rescatan de los componentes CK, PK, TCK, TPK y TPACK reportados anteriormente.

Fue posible reconocer que los estudiantes se ven beneficiados con la incorporación de tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos, el hecho de visualizar cambios producidos en una gráfica al modificar ciertos componentes relacionados con la FL resulta significativo para ellos, ya que, de hacerlo a mano implica el uso de tiempo adicional, mismo que podrían utilizar para el análisis y aprendizaje de aspectos más relevantes del tema. Además, se logró observar que para los estudiantes fue atractivo interactuar directamente con la tecnología, indagar y experimentar con ella, respecto del contenido matemático de interés. Otro aspecto que se observó es que el uso de este tipo de herramientas permitió a los estudiantes entregar posteriormente tareas o actividades que no fue posible realizar durante la clase.

Lo anterior coincide con lo reportado por Gómez et al. (2017), González y Trelles (2017), Hernández (2013), Riveros et al. (2011), Salat (2009), Santana (2010) y Steegman et al. (2016) quienes señalan que la tecnología es de gran utilidad dentro del salón de clases, no solo para el docente sino también para los estudiantes. Se ha comprobado que este tipo de herramientas brinda beneficios como los mencionados en los párrafos anteriores.

Por otra parte, con Guacaneme y Mora (2011) y Ponciano y Sosa (2016) se comparte la idea de la importancia de realizar estudios referentes al conocimiento que poseen los profesores en servicio, ya que, estos permiten evidenciar los aspectos que deben permanecer y aquellos que se necesitan

incorporar en su labor docente, a fin de proporcionar, tanto a docentes en servicio como a profesores en formación, las herramientas necesarias para ofrecer una educación de calidad.

En relación con el párrafo anterior y los resultados de este estudio, en general la presente investigación abonó en la descripción de los aspectos desde el modelo TPACK, sobre los conocimientos que funcionaron del PP evidenciados durante el tratamiento del contenido matemático FL al incorporar alguna herramienta tecnológica, mismos que de acuerdo con Cabero, Marín et al. (2015) y Mishra y Koehler (2006) deben permanecer y además, complementarse con otros que no fueron notorios debido a la escasa evidencia, ejemplo de ello, lo referido a que el PP solucione problemas técnicos presentados con la tecnología, conozca e implemente métodos y estrategias para su propio aprendizaje, enseñe contenidos atendiendo las necesidades educativas de cada estudiante e interactúe con sus pares para retroalimentación mutua. Dichos aspectos fueron rescatables a raíz de lo reportado en el marco referencial y los resultados del estudio, específicamente con relación a los componentes TK, PK, CK y TPACK.

El hecho de identificar los conocimientos que posee algún profesor, así como, de aquellos con los que puede complementarlos, abonan para determinar si el docente posee conocimientos necesarios para incorporar TIC eficazmente en el proceso de enseñanza-aprendizaje ya sea sobre FL o de otros contenidos matemáticos. Sobre todo, en la situación reciente (COVID-19) que nos ha obligado a repensar de alguna manera, la enseñanza de las matemáticas, exigiendo de alguna manera, la incorporación de herramientas tecnológicas en la labor docente. Ante dicha situación y con base en los resultados obtenidos, se reconoce la importancia de investigar, por un lado, sobre la adecuada implementación de tecnologías en el ámbito educativo y por otro, sobre el conocimiento del profesor, ambos, son temas en los que se recomienda profundizar.

Finalmente se destaca, el hecho de describir el conocimiento del profesor de matemáticas en servicio mediante el modelo TPACK respecto de un contenido matemático específico, es uno de los aportes de la presente investigación. Dado que dicho modelo fue creado con el objetivo de analizar el conocimiento de docentes y para crear propuestas de trabajo que integren los aspectos pedagógico, tecnológico y del contenido, desde una perspectiva general. Asimismo, la literatura permitió detectar el uso de dicho modelo al realizar investigaciones sobre distintas áreas de

conocimiento e inclusive se ha aplicado con profesores de matemáticas, sin embargo, se destaca la escasa investigación referida a contenidos propios de la matemática.

5.3. Limitaciones y alcances del trabajo de investigación

En este apartado se destacan a grandes rasgos algunas limitaciones que se tuvieron a lo largo de la investigación, asimismo, se presentan sugerencias para posibles investigaciones futuras.

En este sentido, se parte del hecho que el conocimiento del profesor es relevante en la Educación Matemática, debido a que, permite determinar los aspectos que pueden mejorarse o integrarse en el ámbito educativo a fin de que la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas sea óptima y, con este estudio, fue posible identificar dichos aspectos en el PP, no obstante, se considera que la limitante principal de este trabajo fue considerar un único caso. Si bien está reportado, que al analizar un caso es posible conocer a detalle lo relacionado con el sujeto de estudio, también resulta difícil admitir que los resultados serán similares a otros casos, incluso aún, cuando el contexto en que se lleve a cabo este, posea características equivalentes a las del caso analizado. Dicho de otra manera, la limitante principal refiere a la falta de generalización de la información.

Es por ello, que a la par con dicha limitante se hace también una sugerencia para investigaciones futuras, referida a la realización de investigaciones respecto del conocimiento del profesor de matemáticas con base en el modelo teórico TPACK, ya sea, para el mismo contenido matemático u otro, así como, retomar las mismas consideraciones que el presente estudio o bajo circunstancias completamente diferentes. Se considera también, que sería interesante hacer un comparativo entre el conocimiento que evidencia un profesor de matemáticas experimentado en el uso de TIC, respecto del conocimiento que evidencia otro profesor, que incorpora el uso de TIC por necesidad sin tener experiencia con la misma, y con ello indagar sobre los conocimientos que ponen en juego ambos y contratarlos. Lo anterior con el propósito de diseñar e implementar propuestas de trabajo que integren los ámbitos Pedagógico, Tecnológico y del Contenido como un todo.

Otra limitante se dio durante la búsqueda de profesores que quisieran participar, se destaca que fue difícil encontrar candidatos. Se cree, que la mayoría de los profesores tienen ciertos prejuicios sobre el hecho de ser partícipes en investigaciones de este tipo, debido a que se sienten observados y evaluados por terceros, se sienten expuestos a críticas respecto de su labor docente, y no lo ven como un ejercicio que les pueda proporcionar o evidenciar fortalezas y/o aspectos en los que

podrían mejorar. Es probable que, de alguna manera, dicha conducta sea justificada, debido a que es poco común que se les dé a conocer los resultados obtenidos, a fin de lograr el objetivo principal, contribuir en su práctica docente.

En este sentido, se considera necesario que las investigaciones, en particular, las relacionadas con el conocimiento del profesor de matemáticas, sean divulgadas a fin de que, los docentes en servicio y en formación conozcan los resultados de las mismas, y con ello brindar, en medida de lo posible, una educación de calidad a sus estudiantes.

Por último, si bien los aspectos asociados a los componentes del modelo teórico TPACK y la ES, fueron elementos que contribuyeron significativamente para este estudio. Siendo el marco referencial una propuesta inmersa en la presente investigación y la ES una herramienta generada a partir del primero. Se cree probable que haya aspectos que puedan ser mejorados, a fin de tener una mayor precisión al momento de indagar sobre el conocimiento del profesor de matemáticas.

En este sentido, la propuesta para investigaciones a futuro refiere a indagar respecto del conocimiento del profesor desde la perspectiva del TPACK, considerando poblaciones mayores a un caso de estudio, esto, con el objetivo de obtener mayor información para comparar y reportar.

Referencias bibliográficas

- Amaya, T., Pino-Fan, L. R. y Medina, A. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función. *Educación Matemática*, 28(3).
- Arévalo M. A., García M. A. y Hernández C. A. (2019). Competencias TIC de los docentes de matemáticas en el marco del modelo TPACK: valoración desde la perspectiva de los estudiantes. *Civilizar: Ciencias Sociales y Humanas*, 19(36), 115-132.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barráez, D. (2020). La educación a distancia en los procesos educativos: Contribuye significativamente al aprendizaje. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 8(1), 41-49.
- Cabero, J., Marín, V. y Castaño, C. (2015). Validación de la aplicación del modelo TPACK para la formación del profesorado en TIC. *@tic. revista d'innovació educativa*, (13-22).
- Cabero, J., Roig, R. y Mengual, S. (2017). Conocimientos tecnológicos, pedagógicos y disciplinares de los futuros docentes según el modelo TPACK. *Digital Education Review*, (32), 73-84.
- Cabreiro, L. y Fernández. M. (2004). Estudio de casos. En F. Salvador, J. L. Rodríguez y A. Bolívar. (Eds.), *Diccionario enciclopédico de didáctica*. Málaga: Aljibe.
- Campeón, M. C., Aldana, E. y Villa, J. A. (2018). Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. *SOPHIA*, 14(2), 115-126.
- Castañeda, A., González-Polo, R. I. y Rosas-Mendoza, A. M. (2017). Estudio de las funciones a través de situaciones de movimiento usando la tableta iPad. *INTERCIENCIA. Revista de Ciencia y Tecnología de las Américas*, 42(12), 834-838.
- Castro, S., Guzmán, B. y Casado, D. (2007). Las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje. *Laurus. Revista de Educación*, 13(23), 213-234.

- Ciccioli, V. y Sgreccia, N. (2017). Formación de geometría analítica para futuros profesores. Estudio de caso basado en el MKT. *Educación Matemática*, 29(1), 141-170.
- Colomer, J. C., Sáiz, J. y Bel, J. C. (2018). Competencia digital en futuros docentes de Ciencias sociales en Educación Primaria: análisis desde el modelo TPACK. *Educatio siglo XXI*, 36(1), 107-128.
- Cox, S. & Graham, C. R. (2009). Diagramming TPACK in Practice: Using an Elaborated Model of the TPACK Framework to Analyze and Depict Teacher Knowledge. *TechTrends: Linking Research and Practice to Improve Learning*, 53(5), 60-69.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational Research. Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative research*. University of Nebraska-Lincoln: Pearson.
- Echeverría, A. C. (2014). Usos de las TIC en la docencia universitaria: Opinión del profesorado de educación especial. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(3), 1-24.
- Espinoza, G., Zakaryan, D. y Carrillo, J. (2018). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas en el uso de la analogía en la enseñanza del concepto de función. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(3), 301-324.
- Fernández, S. y Figueiras, L. (2010). El conocimiento del profesorado necesario para una educación matemática continua. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (291-301). Lleida: SEIEM.
- Fernández, C., Ladrón, L., Almagro, B. J. y Rebollo, J. A. (2018). Formación del profesorado de Educación Física en TIC: Modelo TPACK. *EA, Escuela Abierta*, (21), 65-75.
- Figueroa, B., Aillon, M. y Kloss, S. (2016). El plan de clase, un género profesional: cómo lo narran y legitiman los profesores novatos desde el paradigma de la multimodalidad. *Atenea*, (513), 233-250.
- Flores, F. A., Ortíz, M. C. y Buontempo, M. P. (2018). TPACK: un modelo para analizar prácticas docentes universitarias. El caso de una experta. *REDU. Revista de Docencia Universitaria*, 16(1), 119-136.

- Fuertes, R. y Albarracín, L. (2019). Un estudio exploratorio sobre el conocimiento del maestro para guiar actividades de modelización matemática en Educación Primaria. *MSEL. Modelling in Science Education and Learning*, 12(2), 77-98.
- García, C., Delgado, J., Guaicha, K., y Prado, M. (2020). La Webquest como herramienta didáctica para potenciar el pensamiento crítico en la formación de estudiantes universitarios. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 9(1), 49-55.
- Gellibert, S. J., Zapata, S. E. y Díaz, J. P. (2021). Las TIC en la educación superior durante la pandemia de la COVID-19. *Sinapsis*, 1(19).
- Gómez, A. L., Guirette, R. y Morales, F. (2017). Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software Geogebra. *Educación Matemática*, 29(3).
- González, N. (2017). Influencia del contexto en el desarrollo del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido (TPACK) de un profesor universitario. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 14(8), 42-55.
- González, N. N. y Trelles, C. A. (2017). La modelación con apoyo de software libre y los cambios en los procesos de aprendizaje en matemáticas en los estudiantes de primero de bachillerato. *Educación y Desarrollo Social*, 11(1), 64-73.
- González, M. T. y Marques, R. F. (2018). La práctica docente del profesor: La enseñanza de fracciones en un aula de primaria a través de situaciones-problema. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 177-200.
- Guacaneme, E. A. y Mora, L. C. (2011). La educación del profesor de matemáticas como campo de investigación. *Revista PAPELES*, 3(6), 18-25.
- Guachún, F. P. y Mora, B. M. (2019). El software Geogebra como recurso para la enseñanza de la función lineal: Una propuesta didáctica. *NÚMEROS. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 101, 103-112.
- Guerrero, S. (2010). Technological Pedagogical Content Knowledge in the Mathematics Classroom. *Journal of Digital Learning in Teacher Education*, 26(4), 132-139.

- Guerrero, J. R., Vite, H.A. y Feijoo, J. M. (2020). Uso de la Tecnología de Información y Comunicación y las Tecnologías de Aprendizaje y Conocimiento en tiempos de Covid-19 en la educación superior. *Conrado*, 16(77), 338-345.
- Hamel, J., Dufour, S. & Fortin, D. (1993). *Case study methods*. Sage Publications.
- Hernández, C. M. (2013). Consideraciones para el uso del GeoGebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 82, 115-129.
- Hernández, R. M. (2017). Impacto de las TIC en la educación: Retos y Perspectivas. *Propósitos y representaciones*, 5(1), 325-347.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México D. F.: McGraw-Hill.
- Hernández, M. C. y García, B. (2017). Currículum y práctica docente: hacia una educación transformadora. XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa-COMIE, San Luis Potosí, México.
- Huitrado, J. L. y Climent, N. (2013). Conocimiento del profesor en la interpretación de errores de los alumnos en álgebra. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 8(2), 75-86.
- INEE (2016). La educación obligatoria, informe 2016. (1era Ed.).
- Jiménez, V. E. (2012). El estudio de caso y su implementación en la investigación. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 141-150.
- Kirikçilar, R. G. & Yildiz, A. (2018). Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) craft: Utilization of the TPACK when designing the Geogebra Activities. *Acta Didáctica Napocensia*, 11(1), 101-116.
- Koehler, M. J., Mishra, P. y Cain, W. (2015). ¿Qué son los Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK)? *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 10(6), 9-23.

- Kul, U., Aksu, Z. & Birisci, S. (2019). The Relationship between Technological Pedagogical Content Knowledge and Web 2.0 Self-Efficacy Beliefs. *IOJES. International Online Journal of Educational Sciences*, 11(1), 198-213.
- Leiria, A. C., González, M. T. y Pinto, J. E. (2015). Conocimiento del profesor sobre pensamiento estadístico. *PNA*, 10(1), 25-52.
- Marcelo, C., Yot, C. y Perera, V. H., (2016). El conocimiento tecnológico y tecnopedagógico en la enseñanza de las ciencias en la universidad. Un estudio descriptivo. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(2), 67-86.
- Mishra, P. & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for integrating technology in teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- Pino-Fan, L., Godino, J. y Font, V. (2011). Conocimiento didáctico-matemático sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada. En R. Rodríguez, E. Aparicio, M. Jarero, L. Sosa, B. Ruíz, F. Rodríguez, J. Lezama y M. Solís. (Eds.), *Memoria de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 206-213). Monterrey: Red Cimates.
- Ponciano, E. (2016). *Conocimiento de la enseñanza de la derivada usando recursos didácticos tecnológicos. El caso de un profesor*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Autónoma de Zacatecas. México.
- Ponciano, E. y Sosa, L. (2016). Conocimiento del profesor al enseñar la derivada usando recursos tecnológicos. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 1(1), 366-373.
- Riveros V., Arrieta X. y Bejas M. (2011). Las tecnologías de la información y la comunicación en el quehacer educativo del aula de clase. *Redalyc*, (1), 34-51.
- Romero, S. J., Hernández, C. J. y Ordóñez, X. G. (2016). La competencia digital de los docentes en educación primaria: análisis cuantitativo de su competencia, uso y actitud hacia las nuevas tecnologías. *Tecnología, Ciencia y Educación*, (4), 33-51.
- Rowland, T. (2008). Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. En P. Sullivan y T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Vol.1*.

- Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (pp. 273-298). Sense Publishers.
- Salat, R. S. (2009). La evolución de la tecnología computacional y su relación con la educación matemática. *NÚMEROS. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 71, 49-56.
- Sandoval, C. H. (2020). La Educación en Tiempo del Covid-19 Herramientas TIC: El Nuevo Rol Docente en el Fortalecimiento del Proceso Enseñanza Aprendizaje de las Prácticas Educativa Innovadoras. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 9(2), 24-31.
- Santana, M. E. (2010). Geometría analítica plana con Geogebra. *Números*, 75, 131-142.
- Santana, N. M. y Climent, N. (2015). Conocimiento Especializado del Profesor para la utilización de Geogebra en el Aula de Matemáticas. *NÚMEROS. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 88, 75-91.
- Schaefer, L. I. y Sgreccia, N. F. (2018). Enseñanza de Geometría Sintética a Futuros Profesores. El caso de la Universidad Nacional de Rosario. *REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education*, 7(2), 134-161.
- SEP. (2017). *Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. Matemáticas. Educación secundaria*. México: SEP.
- Sgreccia, N. y Massa, M. (2012). Conocimiento especializado del contenido de estudiantes para profesor y docentes noveles de matemáticas. El caso de los cuerpos geométricos. *Educación Matemática*, 24 (3), 33-66.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L., Flores-Medrano, E. y Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 173-189.
- Soto, M., Herrera, C. G. y Pereyra, N. E. (2019). Coordinación de registros de representación en el aprendizaje de la función lineal. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (55), 71-84.

- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Stegman, C., Pérez-Bonilla, A., Prat., M. y Juan, A. (2016). Math-Elearning@cat: Factores claves del uso de las TIC en Educación Matemática Secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(3), 287-310.
- Torres, E. y Deulofeu, J. (2020). El conocimiento del Profesor de Matemáticas en la Práctica: Enseñanza de la Proporcionalidad. *REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education*, 9(2), 147-172.
- Tuyub, I. y Buendía, G. (2017). Gráficas lineales: un proceso de significación a partir de su uso en ingeniería. *IE Revista d Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 11-28.
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Educación Matemática*, 29(3), 79-108.
- Verdugo, C. G. y Campoverde, A. C. (2020). Importancia del currículo académico ecuatoriano: Perspectivas desde los docentes de Educación Básica Superior. *Polo del Conocimiento*, 5(12), 445-465.
- Villarreal, A. W., Palma, A. D., Mantuano, M. A., Galarza, P. C. y Guaman, R. E. (2022). Análisis del impacto en el uso del TIC en la modalidad de clases en línea en el instituto superior tecnológico Tsáchila. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 6(1).
- Visser, L., Trujillo, L. y Pérez, S. (2015). Canales para el asesoramiento TIC del profesorado de Primaria: tipos de canales y su incidencia en la integración en el aula. *Tecnología, Ciencia y Educación*, (1), 90-95.