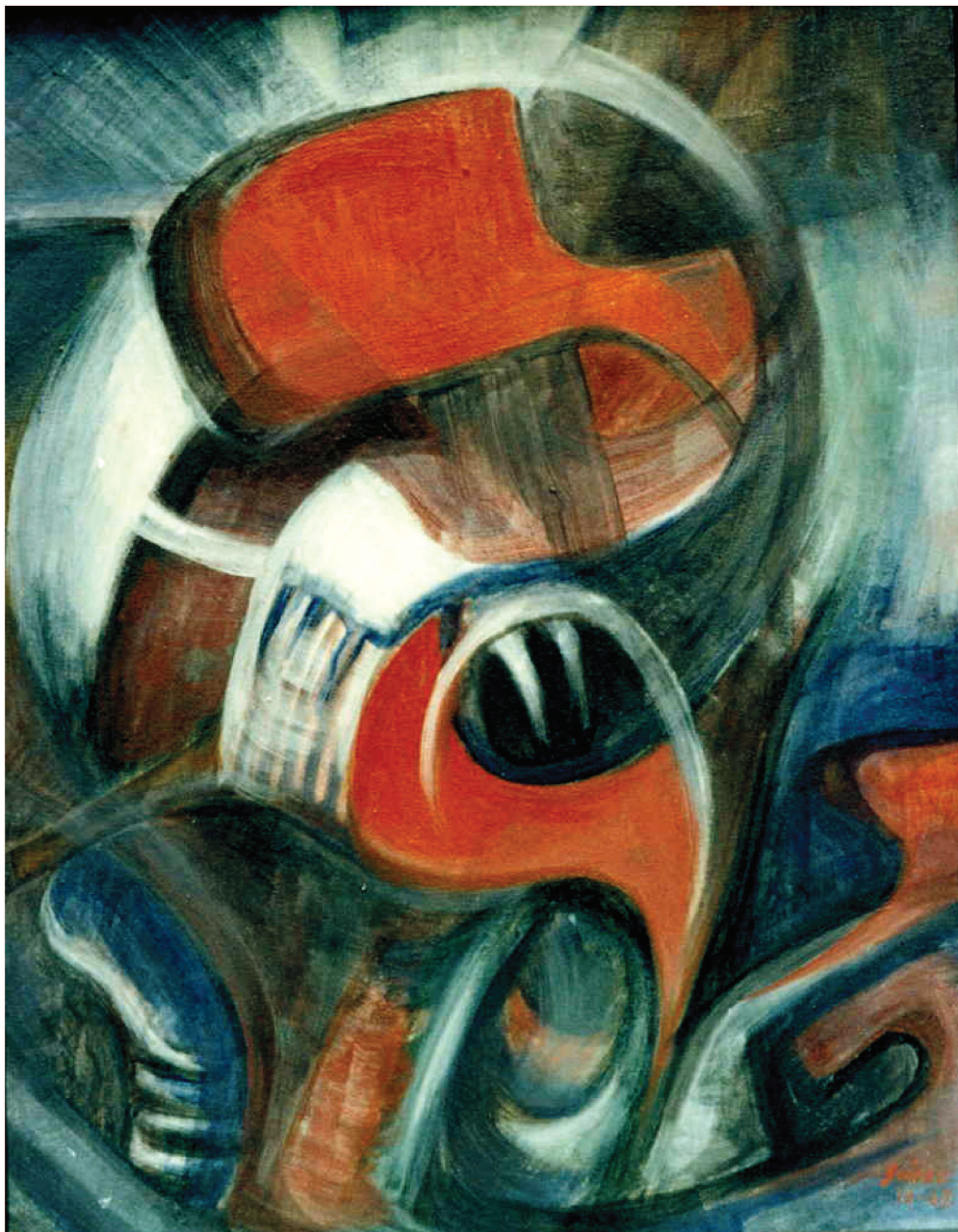


Volumen 6

Número 2

Junio 2015

Revista **Tlamati** Sabiduría



UAGro
Dirección General de
Posgrado e Investigación

ISSN: 2007-2066

<http://www.posgradoeinvestigacion.uagro.mx>

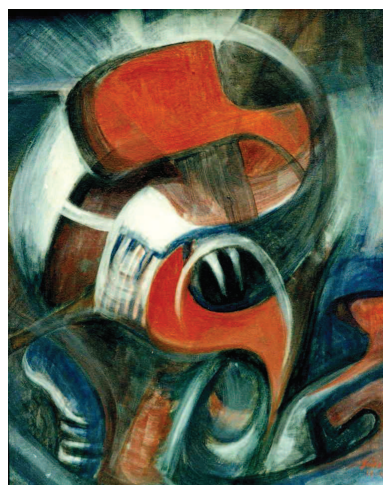
Comité Editorial

Consejo Editorial

Dr. Javier Saldaña Almazán (Presidente)
Dra. Berenice Illades Aguiar (Secretaria)
Dr. Justiniano González González (Vocal)
M. C. José Luis Aparicio López (Vocal)
Dr. Crisólogo Dolores Flores (Vocal)
Dr. Oscar Talavera Mendoza

Editores responsables

Dr. Oscar Talavera Mendoza
Dr. Juan Baltazar Cruz Ramírez



Fotografía de la portada: Hombre del planeta X (1967). Obra pictórica de José Suárez.

Editores por áreas del conocimiento

Dr. Elías Hernández Castro
Universidad Autónoma de Guerrero

Ciencias Agropecuarias

Dr. José Legorreta Soberanis
Universidad Autónoma de Guerrero

Ciencias Biomédicas y de la Salud

Dr. José Francisco Muñoz Valle
Universidad de Guadalajara

Ciencias Biomédicas y de la Salud

Dr. José María Sigarreta Almira
Universidad Autónoma de Guerrero

Ciencias Exactas y Matemáticas

Dr. Rodrigo Carramiñana
Southern Illinois University

Ciencias Exactas y Matemáticas

Dra. Laura Sampedro Rosas
Universidad Autónoma de Guerrero

Ciencias Ambientales y Desarrollo Regional

Dr. Ricardo Sánchez García
Universidad Autónoma de Guerrero

Ciencias Sociales, Filosofía y Sociología

Dra. Luisa Concepción Ballester
Southern Illinois University

Ciencias Sociales, Filosofía y Sociología

Responsable de la Edición

Dr. Juan Baltazar Cruz Ramírez

Coordinación Editorial

Lic. Isabel Rivero Cors

Corrección de estilo

M. C. Magdalena Martínez Durán

Tlamati Sabiduría; Volumen 6, Número 2, Abril – Junio 2015 es una publicación trimestral editada por la Universidad Autónoma de Guerrero, a través de la Dirección General de Posgrado e Investigación. Domicilio: Javier Méndez Aponte No. 1, Col. Servidor Agrario, C.P. 39070. Tel: (01 747) 471 93 10 ext. 3091. Chilpancingo, Guerrero, México. Site de la revista: <http://posgradoeinvestigacion.uagro.mx> E-mail: tlamatisabiduria@outlook.com Reservas de Derechos al Uso Exclusivo No. 04-2009-040817000000-102. ISSN 2007-2066. Este número se publicó el 30 de Junio del 2015. Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación para fines didácticos.



Comité Editorial de Revisores por Área de la Ciencia

BIOLOGÍA Y QUÍMICA

Dr. Eneas Alejandro Chavelas Adame

Dr. Oscar Del Moral Hernández

BIOTECNOLOGÍA Y CIENCIAS AGROPECUARIAS

Dr. Francisco Palemón Alberto

Dr. Gerardo Huerta Beristaín

Dr. Jaime Olivares Pérez

Dr. Luis Miguel Camacho Díaz

CIENCIAS SOCIALES

Dr. Ángel Ascencio Romero

Dra. América Libertad Rodríguez Herrera

Dra. Columba Rodríguez Alviso

Dra. Cristina Barroso Calderón

Dra. Dulce María Quintero Romero

Dra. Margarita Jiménez Badillo

Dra. Rocío López Velasco

FÍSICO MATEMÁTICAS Y CIENCIAS DE LA TIERRA

Dr. Francisco Julián Ariza Hernández

Dr. Jorge Sánchez Ortiz

Dr. Juan Carlos Hernández Gómez

Dr. Marco Antonio Taneco Hernández

Dr. Martín Patricio Árciga Alejandre

Dra. Ernestina Felicia Castells Gil

HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA CONDUCTA

Dr. Camilo Valqui Cachi

Dr. Osvaldo Ascencio López

Dra. Flor M. Rodríguez Vásquez

Dra. Ma. Gloria Toledo Espino

MEDICINA Y CIENCIAS DE LA SALUD

Dr. Sergio Paredes Solís

Dra. María Eugenia Flores Alfaro

Dra. Iris Paola Guzmán Guzmán

Dra. Mónica Espinoza Rojo



Contenido

Pag.

Editorial

Ciencias de la Salud

- Inocuidad alimentaria en restaurantes de hoteles en Acapulco, Guerrero, México: Franja de playa de la Zona Dorada.** 5

Martín Zavala Núñez, Teresa de Jesús Rivas Pérez y Darbelio Agatón Lorenzo

Biotecnología y Ciencias Agropecuarias

- Determinación de plaguicidas organofosforados en mangos de las variedades Ataulfo (*Mangifera Caesia* Jack ex Wall) y Manila (*Mangifera indica* L.) producidos en la Región Costa Grande del estado de Guerrero, México.** 9

Sergio Jahir Flores Lozano, Daysi Navez González, Juan Pereyda Hernández, Ma. Elena Moreno-Godínez, Gerardo Huerta-Beristain

- Propiedades químicas y viscosidad de goma de semilla de flamboyán (*Delonix regia* Boyer. Raf.)** 14

José Luis Bolívar-Barrientos, Yanik Ixchel Maldonado-Astudillo, María de los Ángeles Vivar-Vera, Pavel Sierra-Martínez, Gerardo Huerta-Beristain, Javier Jiménez-Hernández

- Distribución de Triatominos y factores climáticos en Taxco de Alarcón, Guerrero, México** 18

Sandra Alhelí Pineda-Rodríguez, Elvia Rodríguez-Bataz, Juan Sánchez-Arriaga, Guillermina Vences-Velázquez, Marleny Sánchez-Ocampo, Félix Bahena-Rivera, Arturo Ramírez-Peralta

Ciencias Sociales

- Imagen de una institución de educación superior pública, percibida por sus estudiantes del Nivel Medio Superior** 24

Lucio Hernández Lobato, María Magdalena Solís Radilla, Javier Sánchez García, Sandra Luz Ávila Toscano, Héctor Tomás Pastor Durán, Teresa Pacheco Linares, Andrés Uribe Alpizar, Ignacio Paredes Ángeles, Armando de la Paz Jaramillo

Matemática Educativa

- Análisis de textos sobre rectas y puntos notables del triángulo en nivel básico** 29

Luz Esmeralda Reyes García, Flor Monserrat Rodríguez Vásquez

- ¿Qué caracteriza el conocimiento del profesor de matemáticas en la planificación del concepto de límite al infinito de una función para su enseñanza?** 34

Rafael Couoh-Noh, Guadalupe Cabañas-Sánchez, Salvador Llinares-Ciscar, Julia Valls-González

- Representaciones gráficas de funciones complejas** 39

Anairis de la Cruz Benito, Marco Antonio Taneco Hernández, Catalina Navarro Sandoval

Reseñas científicas

- De propósitos y despropósitos: Hacia la de gobernanza de Internet** 44

Manuel López Sáenz, Federico Sandoval Hernández

- Tendencias actuales de la innovación educativa. Un estado del arte** 49

Juan Baltazar Cruz Ramírez, Felicidad del Socorro Bonilla Gómez, José Efrén Marmolejo Valle, Pavel Ernesto Alarcón Avila, Luis Octavio Gutiérrez Adame, Angel López Martínez, Juan Silvestre Salinas Valadez

Editorial

La publicación de una revista virtual no puede dejar de lado las características que tradicionalmente definen a las revistas tradicionales de difusión del conocimiento, ya que se estas publicaciones virtuales también se rigen por la misma formalidad y rigor académico inherentes a este tipo de publicaciones, pero encontramos que por su misma naturaleza evolutiva al interior de los entornos virtuales, han rebasado el rango de influencia tradicional para convertirse en entes con características muy bien definidas que hace que, aprovechando el desarrollo de nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), se conviertan en un medio de acción, desarrollo y comunicación entre la comunidad académica y especialmente entre profesores y estudiantes. Como resultado, la consulta de las revistas virtuales facilita y apoya el proceso enseñanza-aprendizaje, ya que se convierten en herramientas que están disponibles para cualquier medio electrónico, influyendo en una gestión más eficaz del proceso de transmisión del conocimiento.

Actualmente, encontramos que el formato virtual de Tlamati-Sabiduría ha permitido a autores noveles tener una experiencia editorial, que en un entorno tradicional sería casi imposible de lograr. También ha contribuido a incrementar el intercambio de ideas tanto entre los estudiantes, como entre los autores y profesores que escriben en esta revista. Pero Tlamati-Sabiduría está pensada para que en un corto plazo, se salga del molde de las revistas electrónicas que solo son una copia de una revista tradicional.

Pensamos en Tlamati-Sabiduría como una revista que pueda interactuar de forma asíncrona con sus lectores; que sea productiva y que ayude a desarrollar y reforzar las competencias y habilidades requeridas tanto en los profesores como en los estudiantes: que sea accesible desde cualquier parte del mundo, que tenga facilidad de acceso de la información que contiene y sobre todo, que provea la posibilidad de añadir nuevos elementos interactivos a los documentos, con una capacidad de establecer una comunicación bidireccional con el destinatario de la información, con un sistema de citas mucho más rico que el del formato impreso, ofreciendo la oportunidad de enlazarse con los diferentes recursos que sustentan las publicaciones que en esta revista se editan.

Todo nuevo proyecto encuentra problemas a la hora de ser puesto en marcha y no somos la excepción, pero estamos trabajando arduamente para seguir evolucionando.

Dr. Juan Baltazar Cruz Ramírez





Título del artículo.

Representaciones gráficas de funciones complejas

Título del artículo en idioma Inglés.

Graphical representations of complex functions

Autores.

Anairis de la Cruz Benito
Marco Antonio Taneco Hernández
Catalina Navarro Sandoval

Referencia bibliográfica:

MLA

De la Cruz Benito, Anairis, Marco Antonio Taneco Hernández, Catalina Navarro Sandoval. "Representaciones gráficas de funciones complejas". *Tlamati* 6.2 (2015): 39-43. Print.

APA

De la Cruz Benito, A., Taneco Hernández, M. A. y Navarro Sandoval, C. (2015). Representaciones gráficas de funciones complejas. *Tlamati*, 6(2), 39-43.

ISSN: 2007-2066.

Publicado el 30 de Junio del 2015

© 2015 Universidad Autónoma de Guerrero

Dirección General de Posgrado e Investigación

Dirección de Investigación

TLAMATI, es una publicación trimestral de la Dirección de Investigación de la Universidad Autónoma de Guerrero. El contenido de los artículos es responsabilidad exclusiva de los autores y no refleja de manera alguna el punto de vista de la Dirección de Investigación de la UAGro. Se autoriza la reproducción total o parcial de los artículos previa cita de nuestra publicación.



Representaciones gráficas de funciones complejas

Anairis de la Cruz Benito^{*}
 Marco Antonio Taneco Hernández¹
 Catalina Navarro Sandoval¹

¹Universidad Autónoma de Guerrero. Unidad Académica de Matemáticas Chilpancingo, Edificio A. Av. Lázaro Cárdenas s/n. C.U. Zona Sur, C. P. 39087. Chilpancingo, Guerrero. México

**Autor de correspondencia*
 iris1790@gmail.com

Resumen

El presente reporte corresponde a una investigación realizada con el propósito de responder a la siguiente pregunta: ¿Qué aspectos se deben considerar para realizar la representación gráfica de una función de variable compleja? Lo anterior debido a que durante nuestra búsqueda de investigaciones relacionadas con el tema de interés nuestro, solamente se ubicaron investigaciones que atienden funciones reales. De ahí el interés por atender la graficación de funciones complejas elementales (lineal, cuadrática, cúbica, exponencial), considerando a éstas como transformaciones del plano \mathbb{R}^2 en sí mismo, mostramos la geometría que representan algunas de éstas funciones cuando son aplicadas a ciertos subconjuntos del plano \mathbb{R}^2 .

Palabras clave: Función, función real, función compleja, subconjunto, gráfica

Abstract

This report corresponds to an investigation focused on find an answer to he question: What aspects should be considered for the graphical representation of a complex variable function? There is no studies about this subject, findings are reported only for real functions. Hence the interest in attending plotting elementary complex functions (linear, quadratic, cubic, exponential), considering them as transformations of the plane \mathbb{R}^2 in itself, shows the geometry that represent some of these functions when are applied to certain subsets of the plane \mathbb{R}^2 .

Keywords: function, real function, complex función, subset, graphic

Introducción

El tema de función está incluido en los planes y programas de estudio desde Nivel Básico hasta el Nivel Superior, lo cual ha dado pie al desarrollo de diversas investigaciones (Amaya, 2008; Arrellano y Oktac, 2009; Patiño, 2009)) en las que se han atendido distintas cuestiones, por ejemplo, algunos autores analizan los cambios que experimenta la representación gráfica de la función cuando se

hacen variar algunos parámetros que están involucrados en la expresión de la misma, otros han identificado las dificultades que pueden presentar los estudiantes de Nivel Medio Superior, al hacer corresponder el registro gráfico con el algebraico de algunas funciones. Por otro lado, de acuerdo con los niveles educativos cursados por los estudiantes, éstos deberían tener la habilidad de graficar funciones, sin embargo, algunas investigaciones muestran lo contrario. A través del análisis de artículos especializados en Matemáti-

Como citar el artículo:

de la Cruz Benito, A., Taneco Hernández, M. A. y Navarro Sandoval, C. (2015). Representaciones gráficas de funciones complejas. *Tlamati*, 6(2), 39-43.

ca Educativa, se han detectado y estudiado diferentes problemas relacionados con la graficación de funciones de variable real, en este trabajo se abordarán funciones elementales complejas de variable compleja. Cabe señalar que para trabajar con estas últimas se consideró importante partir del hecho de saber graficar funciones en variable real, lo que permitió dar el salto para la mostrar aspectos importantes para realizar la representación gráfica de funciones de variable compleja.

En la enseñanza superior el tema de graficación de funciones de variable compleja se ha ido relegando a segundo plano, sin embargo, para este nivel educativo es un tema importante debido a que es base para abordar posteriormente otros más avanzados. En este trabajo se tuvo como objetivo elaborar una especie de breviario, que muestra una serie de **pasos** que permiten graficar algunas funciones elementales de variable compleja. Concretamente consideramos a las funciones de variable compleja como transformaciones del plano R^2 en sí mismo. Usando este punto de vista se muestra la **geometría** que guardan algunas de ellas cuando son aplicadas a ciertos subconjuntos del plano R^2 .

En el esquema 1 se muestran las funciones elementales que se analizaron durante la investigación.

Los elementos conceptuales para esta investigación fueron:

- Función.

- Función real.
- Función compleja.
- Gráfica de una función

Conceptos para funciones de variable real

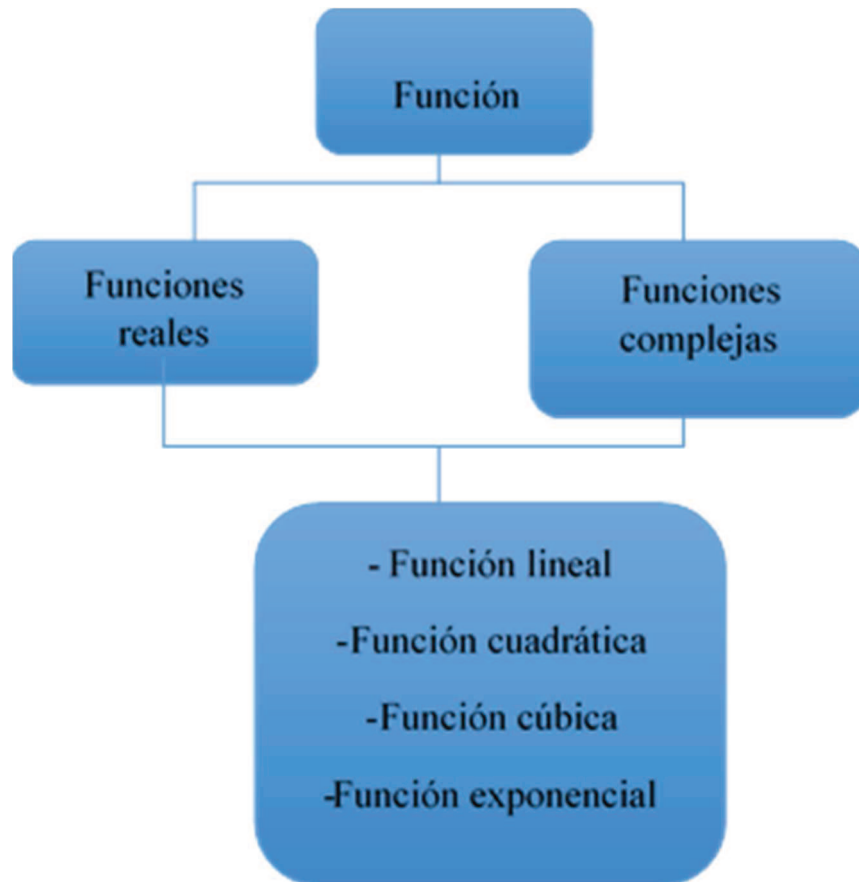
- Función lineal
- Función cuadrática
- Función cúbica
- Función exponencial

Conceptos para funciones de variable compleja

- Función lineal
- Función cuadrática
- Función cúbica
- Función exponencial

Materiales y métodos

El análisis se llevó a cabo para cada una de las funciones descritas en el Esquema 1 haciendo variar cada uno de los parámetros involucrados, aquí solo se mostrará un ejemplo para el caso de la función exponencial compleja. La estrategia consistió en tomar subconjuntos *simples* del plano complejo C_z , que en este caso fueron rectas, para ver cómo son transformadas bajo la función compleja $f(z)$ vista como una transformación de R^2 a R^2 .



Esquema 1. Funciones analizadas en el estudio

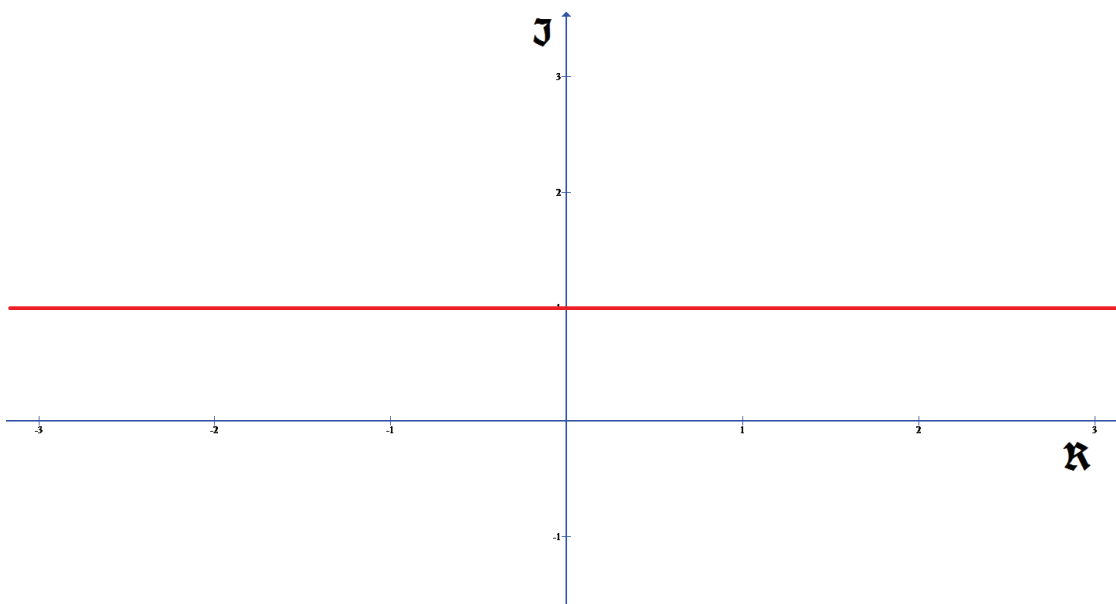


Figura 1. Recta L_1 en el plano C_z

Ejemplo. Función $f(z) = \lambda z^3$

Sean $z = x + iy$ y $\lambda = \alpha + i\beta$. Entonces

$$\lambda z^3 = (\alpha x^3 - 3\alpha xy^2 - 3\beta x^2y + \beta y^3, 3\alpha x^2y - 3\beta xy^2 - \alpha y^3 + \beta x^3) \text{----} (*)$$

Sea $\lambda = 2 + 0i$, entonces (*) implica

$$\lambda z^3 = (2x^3 - 6xy^2, 6x^2y - 2y^3) \text{-----} (**)$$

Consideremos el conjunto

$$L_1 = \{(t, 1) \in \mathbb{R}^2 : t \in \mathbb{R}\},$$

En el plano C_z . (véase figura 1)

Notemos que L_1 constituye una recta paralela al eje real en C_z . Ahora encontraremos el conjunto imagen de L_1 bajo f usando (**) en ella evaluaremos los pares ordenados de la forma $(t, 1)$ que pertenecen al conjunto L_1 , haciendo esto obtenemos que

$$f[L_1] = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2t^3 - 6t, y = 6t^2 - 2, t \in \mathbb{R}\}$$

La representación gráfica (véase figura 2) muestra el efecto que tuvo el subconjunto (recta L_1) bajo la función compleja $f(z) = \lambda z^3$ con $\lambda = 2 + 0i$. La recta L_1 se transformó en una curva que se interseca a si misma bajo la función cúbica $f(z) = \lambda z^3$

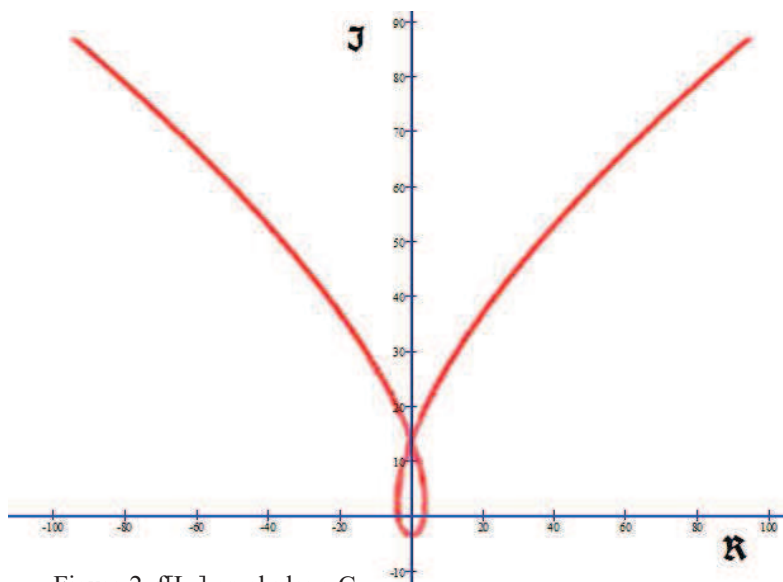


Figura 2. $f[L_1]$ en el plano C_w

Tabla 1. Resultados del análisis

Función lineal	$f(z)=\lambda z$	El efecto que tiene λ sobre la función $f(z)=\lambda z$ cuando esta es aplicada a cierta recta L (o cualquier subconjunto) en C_z es rotarla $\theta=\arg(\lambda)$ grados medidos positivamente y expandirla.
	$f(z)=z+\gamma$	<p>Dado $z=a+bi$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si $a > 0$ entonces, la gráfica de $f(z)=z+\gamma$ se desplaza a unidades hacia la derecha sobre el eje real. 2. Si $a < 0$ entonces, la gráfica de $f(z)=z+\gamma$ se desplaza a unidades hacia la izquierda sobre el eje real. 3. Si $b > 0$ entonces, la gráfica de $f(z)=z+\gamma$ sube b unidades sobre el eje imaginario. 4. Si $b < 0$ entonces, la gráfica de $f(z)=z+\gamma$ baja b unidades sobre el eje
Función cuadrática	$f(z)=\lambda z^2$	La función $f(z)=\lambda z^2$ siempre transformará rectas en parábolas. Si un par de rectas son simétricas, ya sea con respecto al eje real o al eje imaginario, en-
	$f(z)=z^2+\gamma$	La función $f(z)=z^2+\gamma$ siempre transformará rectas en parábolas, y más aún las rectas que son simétricas ya sea respecto del eje real o del eje imaginario, siempre irán a dar a una misma parábola.
Función cúbica	$f(z)=\lambda z^3$	Si $\text{Re}\lambda=0$ y $\text{Im}\lambda\neq 0$, entonces las rectas que son simétricas respecto al eje real en el plano C_z , resultan ser simétricas pero ahora respecto del eje imaginario en el plano C_w , y son llamadas "Folium de Descartes". Las rectas simétricas al eje imaginario en el plano C_z bajo la función $f(z)=\lambda z^3$ también resultan ser simétricas pero ahora con respecto al eje real en el plano C_w . Si $\text{Re}\lambda\neq 0$ y $\text{Im}\lambda=0$, entonces las rectas paralelas al eje real bajo la función $f(z)=\lambda z^3$ son transformadas también en curvas simétricas respecto al mismo eje. Análogamente las rectas simétricas al eje imaginario se transforman en curvas simétricas respecto al mismo eje. Si $\text{Re}\lambda\neq 0$ y $\text{Im}\lambda\neq 0$ entonces la simetría respecto a algún eje de rectas en C_z no se conserva bajo la función compleja $f(z)=\lambda z^3$.
	$f(z)=z^3+\gamma$	Si $\text{Re}\lambda\neq 0$ y $\text{Im}\lambda=0$, entonces las rectas que son simétricas respecto al eje real en el plano C_z bajo la función $f(z)=z^3+\gamma$ son transformadas en curvas que guardan cierta simetría en el plano C_w respecto al mismo eje. Para las rectas simétricas al eje imaginario sucede algo similar respecto al mismo eje. Ahora si $\text{Re}\lambda=0$ y $\text{Im}\lambda\neq 0$, entonces las rectas paralelas al eje imaginario que son simétricas en el plano C_z al aplicarles la función $f(z)=z^3+\gamma$ resultan también ser simétricas en el plano C_w , y para las rectas paralelas al eje real también se conserva cierta simetría a dicho eje. Si $\text{Re}\lambda\neq 0$ y $\text{Im}\lambda\neq 0$ entonces ni las rectas paralelas y simétricas a algún eje resultan ser simétricas bajo la función $f(z)$
Función exponencial	$f(z)=e^x$	<p>La función exponencial transforma rectas horizontales en semirrectas.</p> <p>La función exponencial transforma rectas verticales en circunferencias.</p>

Resultados

En la tabla 1 aparecen los resultados obtenidos al realizar el análisis de cada una de las funciones haciendo variar algunos parámetros complejos.

Discusión y conclusiones

Uno de los aspectos importantes a considerar es que este estudio como tal en el ámbito educativo ha sido poco tratado, dado que en la búsqueda de antecedentes, se encontró que el número de las investigaciones relacionadas con éste tema fue nulo. Por tanto la aportación de este trabajo a la comunidad matemática, es que en ella se muestran los aspectos que deben considerarse para realizar la representación gráfica de una función compleja de variable compleja, es decir se muestra una especie de breviarío en el cual podemos visualizar la geometría que presenta cada una de las funciones analizadas.

Los resultados obtenidos en esta investigación reflejaron que la graficación de funciones complejas arroja representaciones similares a la de funciones reales (lineal y

cuadrática), excepto para las funciones cúbica y exponencial, para estas no pasa lo mismo que en las primeras dos. En esta caso la función cúbica compleja transforma rectas en gráficas que se intersectan a sí mismas, y la función exponencial compleja transforma rectas horizontales en semirectas y rectas verticales en circunferencias.

Referencias

- Amaya, T. R. (2008). Transformaciones básicas de las funciones. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 487-495.
- Arrellano, F. y Oktac, A. (2009). Algunas dificultades que presentan los estudiantes al asociar ecuaciones lineales con su representación gráfica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 357-365
- Patiño, D. (2009). Estudio de comportamientos análogos de funciones algebraicas y trigonométricas usando transformaciones gráficas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 131-139.